

Modelos regionales de altura–diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana

Regional height-diameter models for young *Eucalyptus tereticornis* plantations in the Atlantic coast, Colombia

Ana Milena López ^{a*}, Guillermo Trincado ^b, Alonso Barrios ^b, Víctor Nieto ^a

*Autor de correspondencia: ^aCorporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal (CONIF), Calle 71 # 12 – 67, Piso 4°, Bogotá-Colombia, tel.: (57) (1) 2118020, fax: (57) (1) 2118020, anamilenalopez@conif.org.co

^bUniversidad Austral de Chile, Instituto de Manejo Forestal, casilla 567, Valdivia, Chile.

SUMMARY

An important area of *Eucalyptus tereticornis* plantations has been established in the Atlantic coast in Colombia. Decision planning and estimates of future wood supply will necessary require the use of growth projection systems. Among the components of this system are models able to predict the total height of trees growing under diverse conditions of stand age, site and management. This research focused on the construction of regional height-diameter models in order to implement a growth simulator. Ten regional height-diameter models were evaluated, which had different numbers and types of predictor variables. Data required were obtained from 63 permanent sample plots established in plantations with stand ages between 2 and 8 years old and stand densities from 388 to 1,640 trees per hectare distributed in the Atlantic coast. Measurements of bias, precision and error were used for model evaluation. During the validation process no important differences among the evaluated models were detected. However, models that contained the mean height and mean diameter of the dominant trees as stand-level predictor variables showed a minor bias and error. Finally, the three-parameter regional model proposed by Krumland and Wensel was selected as the best.

Key words: total tree height, non-linear models, growth and yield model.

RESUMEN

Una importante superficie de plantaciones de *Eucalyptus tereticornis* se ha establecido en la costa atlántica colombiana. Decisiones de planificación y estimaciones de disponibilidad futura de madera requieren contar con sistemas de proyección de crecimiento. Uno de los componentes de este sistema son modelos capaces de predecir la altura total de los árboles bajo diversas condiciones de edad, sitio y manejo. Esta investigación tuvo como objetivo construir modelos regionales de altura-diámetro para implementar un modelo de simulación de crecimiento. Se evaluaron diez modelos que se diferenciaron en el número y tipo de variables predictoras. La información requerida fue obtenida de una red de 63 parcelas permanentes establecidas en plantaciones entre 2-8 años de edad y entre 388-1.640 árboles por hectárea distribuidas en la costa atlántica colombiana. Medidas de sesgo, precisión y error probable fueron utilizadas para realizar la evaluación de los modelos. Durante el proceso de evaluación no se detectaron diferencias importantes entre los modelos. Sin embargo, los que presentaron como variables predictoras a nivel de rodal la altura y diámetro medio de los árboles dominantes mostraron el menor sesgo y error. El modelo regional propuesto por Krumland y Wensel fue seleccionado como el mejor, porque presentó los mejores indicadores de ajuste y predicción.

Palabras clave: altura total, modelos no-lineales, modelo de crecimiento y rendimiento.

INTRODUCCIÓN

Durante la última década un total de 10.000 hectáreas de plantaciones de *Eucalyptus tereticornis* Smith han sido establecidas en la costa atlántica colombiana (Madeflex 2010), en los departamentos de Magdalena (4.870 ha), Atlántico (1.500 ha), Cesar (1.700 ha), Bolívar (1.760 ha) y Guajira (170 ha). Estas plantaciones constituyen la principal fuente de materia prima de la industria de tableros de partículas en esta región (Obregón y Restrepo 2007). No obstante la extensión del recurso y su importancia comercial, existen escasos estudios de crecimiento y rendimien-

to que permitan conocer y mejorar el manejo silvicultural de esta especie. Hernández (1993) investigó el efecto de diferentes densidades de siembra sobre el crecimiento de *E. tereticornis*, concluyendo que una densidad inicial de 2.222 plantas por hectárea bajo un espaciamiento de 3,0 m x 1,5 m permite obtener los mayores rendimientos en volumen (230 m³ ha⁻¹) a la edad de siete años. Otros estudios realizados han estado orientados a investigar la afectación por termitas (Isoptera) y evaluación de sistemas silvopastoriles en plantaciones de esta especie. Gutiérrez *et al.* (2004) determinaron que las termitas encontradas en plantaciones establecidas en el departamento del Magdalena correspon-

dieron a *Microcerotermes ssp.* con un 96,9 % de la afectación. Mahecha *et al.* (2007) realizaron una evaluación de sistemas silvopastoriles para investigar el efecto de la altura de los árboles sobre la disponibilidad de pastos y el impacto de la presencia de los animales sobre el crecimiento de los árboles.

En la costa atlántica, futuras actividades de planificación forestal y estudios de abastecimiento de materia prima proveniente de plantaciones de *E. tereticornis* necesitarán implementar sistemas de inventarios y de proyección de crecimiento. En ambos casos, se requerirán modelos que permitan la predicción de la altura total de los árboles. En inventarios forestales la altura total se requiere para realizar estimaciones de volúmenes comerciales y a nivel de productos (Trincado y Leal 2006). La predicción de alturas totales es también requerida para determinar la calidad de sitio (Diéguez *et al.* 2005) y la estructura de los rodales (Castedo *et al.* 2006, Saunders y Wagner 2008). Por otro lado, en sistemas de proyección de crecimiento y rendimiento se requiere contar con modelos que permitan estimar la relación altura-diámetro a lo largo del período de proyección (Calama y Montero 2004, Sharma y Parton 2007).

La predicción de alturas totales se puede realizar empleando modelos locales o modelos regionales de altura-diámetro (Sánchez *et al.* 2007). Los modelos locales se utilizan en inventarios forestales donde la medición de alturas totales (*h*) se realiza sólo en una muestra de individuos dentro de cada parcela, debido al elevado costo asociado a la medición (Sharma y Parton 2007). Posteriormente, con base en esta muestra se ajusta un modelo local de altura-diámetro que se utiliza para predecir aquellas alturas no medidas. Una alternativa a los modelos locales es el ajuste de modelos regionales de altura-diámetro, los cuales incluyen en su estructura variables a nivel de rodal con el propósito de aumentar su capacidad predictiva, evitando el ajuste de una función altura-diámetro para cada rodal y, por lo tanto, permitiendo una aplicación más extensiva del modelo (Curtis 1967, Trincado y Leal 2006, Krisnawati *et al.* 2010, Misir 2010). Un modelo regional de altura-diámetro permite explicar la variabilidad de la relación altura-diámetro causada por diferencias en la calidad de sitio, densidad y régimen de manejo (Sharma y Zhang 2004, Sharma y Parton 2007, Temesgen *et al.* 2007, Saunders y Wagner 2008, Sonmez 2009, Crecente *et al.* 2010). Debido a lo anterior, este tipo de modelos han sido incorporados en sistemas de simulación de crecimiento y rendimiento (Calama y Montero 2004, Diéguez *et al.* 2005).

Con el propósito de desarrollar herramientas de proyección de crecimiento para plantaciones de *E. tereticornis*, se realizó un estudio para ajustar modelos regionales de altura-diámetro. El desarrollo de esta investigación se basa en la hipótesis que la estimación de parámetros de modelos previamente publicados, ajustados para otras especies, permitirá representar la relación altura-diámetro para la especie de interés. Los objetivos específicos del estudio son (1) evaluar y comparar la capacidad predictiva

de modelos regionales no-lineales de altura-diámetro y (2) seleccionar el mejor modelo predictor de altura total para ser incorporado en un sistema de proyección de crecimiento y rendimiento. El procedimiento que se presenta para la validación de los modelos con base a medidas de sesgo, precisión y error probable es genérico, por lo tanto, puede ser aplicado a otro tipo de modelos predictivos.

MÉTODOS

Datos. Los datos utilizados en este estudio provienen de la primera medición de una red de 63 parcelas permanentes establecidas en plantaciones de *E. tereticornis* localizadas en la costa atlántica de Colombia. Esta región se caracteriza por presentar temperaturas que varían entre 22 y 35 °C y precipitaciones con rango de 700 a 1.350 mm año⁻¹ (IDEAM 2005). El establecimiento de las parcelas se realizó el año 2009 (febrero-mayo) en rodales que presentaron accesibilidad permanente, sin indicios de perturbaciones humanas y representativos de las condiciones de sitio en las cuales se desarrollan las plantaciones de *E. tereticornis*.

Un total de 14 parcelas permanentes fueron establecidas en el departamento de Atlántico y 49 en el departamento de Magdalena (figura 1). Las parcelas cubrieron un rango de edades entre 2-8 años y densidades entre 388-1.640 árboles por hectárea (cuadro 1). La forma de las parcelas permanentes establecidas fue circular y su superficie se determinó considerando la densidad que presentaron las plantaciones. Se utilizó una superficie de 500 m² para plantaciones con una densidad mayor o igual a 1.100 árboles por hectárea y de 800 m² para densidades menores a 1.100 árboles por hectárea. Para cada uno de los árboles seleccionados, dentro de las parcelas, se registraron las siguientes variables de estado: diámetro (*d*) medido a 1,3 m sobre el suelo con cinta diamétrica, posición sociológica (dominante, codominante, intermedio o suprimido), condición del individuo (vivo, muerto, quebrado por viento o raleado) y calidad fustal a nivel de árbol completo a todos los árboles. La altura total (*h*) y altura de inicio de copa verde fueron medidas con hipsómetro *LaserVertex VL402* (Haglöf Sweden AB 2011) a una sub muestra de 16 árboles seleccionando 4 árboles de cada posición sociológica, cubriendo la distribución de tamaños de los individuos dentro de cada parcela.

Modelos evaluados. Para este estudio se seleccionaron 10 modelos regionales de altura-diámetro, intrínsecamente no-lineales, los cuales han sido utilizados para describir esta relación en otras especies forestales (cuadro 2). La principal diferencia entre los modelos es el número de parámetros a ser estimados (entre uno y cinco) y las variables predictoras a nivel de rodal incluidas en su estructura.

Para la estimación de la altura dominante en cada parcela se utilizó el siguiente procedimiento. Se ajustó en forma independiente en cada parcela el siguiente modelo no-lineal de altura-diámetro, utilizando la submuestra de 16 árboles.

Cuadro 1. Estadística descriptiva de las parcelas permanentes de *E. tereticornis* establecidas en la costa atlántica (n = 63).
Descriptive statistics of the permanent plots of *E. tereticornis* established in the Atlantic coast (n = 63).

Departamento (número de parcelas)	Variable	Estadístico			
		Media	Mínimo	Máximo	DS ^a
Atlántico (14)	Edad (años)	2,3	2,0	3,0	0,5
	Árboles ha ⁻¹	1.034	800	1.460	166,5
	Área basal (m ² ha ⁻¹)	3,9	2,0	5,5	1,0
	Diámetro medio (cm)	6,7	4,7	8,5	1,0
	Diámetro medio cuadrático (cm)	6,9	5,0	8,9	1,0
	Diámetro dominante (cm)	9,2	7,4	12,1	1,2
	Altura media (m)	8,8	6,1	11,9	1,7
	Altura dominante (m)	10,9	8,7	13,8	1,6
Magdalena (49)	Edad (años)	5,5	2,0	8,0	1,9
	Árboles ha ⁻¹	996	388	1.640	238,7
	Área basal (m ² ha ⁻¹)	9,4	0,9	17,2	3,8
	Diámetro medio (cm)	10,5	3,5	14,9	2,4
	Diámetro medio cuadrático (cm)	10,9	3,8	15,6	2,4
	Diámetro dominante (cm)	14,7	6,3	21,8	3,5
	Altura media (m)	13,7	4,8	19,2	3,1
	Altura dominante (m)	16,5	7,7	22,4	3,9

^a Desviación estándar muestral.

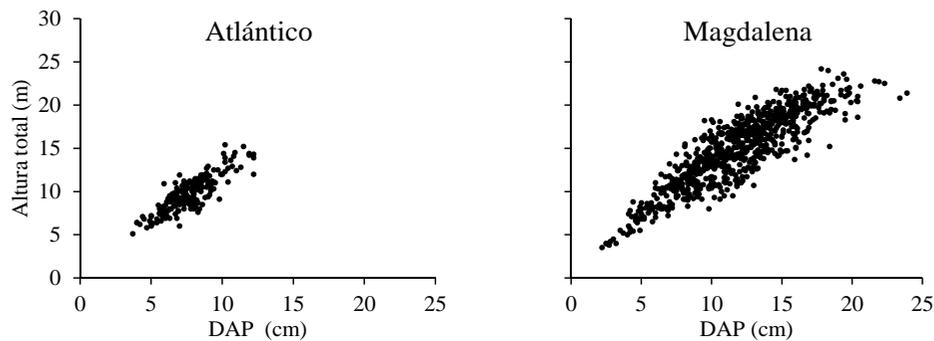


Figura 1. Relación de altura-diámetro para los departamentos del Atlántico y Magdalena.
Height-diameter relationship for the departments of Atlántico and Magdalena.

$$h = \beta_0 \cdot e^{\beta_1/d} + \varepsilon \quad [1]$$

Donde h es la altura total (m), d es el diámetro a 1,3 m sobre el suelo, β_1 son los parámetros a ser estimados y ε es el error aleatorio. El modelo ajustado se utilizó para predecir las alturas totales no medidas. Posteriormente, para cada parcela se realizó el cálculo de la altura dominante (H_d) que fue definida como la altura media de los 100 árboles más gruesos por hectárea.

Estimación de parámetros y validación de los modelos. Los modelos fueron ajustados en su forma no-lineal, la estimación de parámetros, para cada uno, se realizó utilizando la

subrutina PROC NLIN contenida en el *software* estadístico *Statistical Analysis System* (SAS Institute 1999). Durante el proceso de estimación de parámetros, el algoritmo de minimización de la suma de cuadrados del error fue Gauss-Newton. Para evitar la convergencia en un óptimo local se usaron diferentes valores iniciales para los parámetros, obtenidos a partir de estudios similares reportados en la literatura. La calidad de ajuste de los modelos a los datos muestrales fue evaluada utilizando el error estándar de estimación ($s_{y,x}$)

$$s_{y,x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2}{(n - p)}} \quad [2]$$

Cuadro 2. Modelos regionales no-lineales de altura-diámetro.
 Nonlinear height-diameter regional models.

Modelo	Fuente
Modelo con un-parámetro	
M1 $h = 1,3 + \left[\beta_0 (1/d - 1/D_d) + (1/(H_d - 1,3))^{1/3} \right]^3 + \varepsilon$	Omule y MacDonald (1991)
Modelo con dos-parámetros	
M2 $h = 1,3 + (H_d - 1,3) \cdot e^{\beta_0(1-D_d/d) + \beta_1(1/D_d - 1/d)} + \varepsilon$	Gaffrey (1988)
Modelo con tres-parámetros	
M3 $h = H_d \cdot e^{-\beta_0 \left[d^{-(\beta_1 + \beta_2 \cdot H_d)} - D_d^{-(\beta_1 + \beta_2 \cdot H_d)} \right]} + \varepsilon$	Krumland y Wensel (1988)
Modelos con cuatro-parámetros	
M4 $h = 1,3 + (\beta_0 + \beta_1 \cdot H_d + \beta_2 \cdot D_g) \cdot e^{-\beta_3/d} + \varepsilon$	Hui y Gadow (1993)
M5 $h = 1,3 + e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot d^{\beta_2} + \beta_3 \cdot H_d} + \varepsilon$	Larsen y Hann (1987)
M6 $h = 1,3 + \beta_0 \cdot H_d^{\beta_1} \cdot d^{\beta_2 \cdot H_d^{\beta_3}} + \varepsilon$	Hui y Gadow (1993)
M7 $h = \beta_0 \cdot H_d \cdot \left(1 - \beta_1 \cdot e^{-\beta_2 \cdot d/D_g} \right)^{\beta_3} + \varepsilon$	Pienaar <i>et al.</i> (1990)
Modelos con cinco-parámetros	
M8 $h = 1,3 + e^{\beta_0 + \beta_1 \cdot d^{\beta_2} + \beta_3 \cdot H_d + \beta_4 \cdot \ln G} + \varepsilon$	Dolph (1989)
M9 $h = 1,3 + (\beta_0 + \beta_1 \cdot H_d + \beta_2 \cdot D_g + \beta_3 \cdot G) \cdot e^{-\beta_4/\sqrt{d}} + \varepsilon$	Schröder y Álvarez (2001)
M10 $h = 1,3 + \beta_0 \cdot H_d^{\beta_1} \cdot \left(1 - e^{-\beta_2 \cdot (N/G)^{\beta_3} \cdot d} \right)^{\beta_4} + \varepsilon$	Sharma y Parton (2007)

^a h es la altura total (m), d es el diámetro a la altura de pecho (cm) medido a 1.3m sobre el suelo, D_g es el diámetro medio cuadrático (cm), D_d y H_d es el diámetro (cm) y la altura media (m) de los 100 árboles más gruesos por hectárea, respectivamente, G es el área basal por hectárea ($m^2 ha^{-1}$), N es el número de árboles por hectárea, β_i son los parámetros a ser estimados ($i=1,2, \dots, n$) y ε es el error aleatorio del modelo.

Y el coeficiente de determinación ajustado (R_{adj}^2)

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (h_i - \bar{h})^2} \quad [3]$$

Donde h_i es la altura total observada, \hat{h}_i es la altura total estimada, \bar{h} es la altura media observada, n es el número total de observaciones y p es el número de parámetros del modelo.

Debido al reducido número de parcelas para realizar la validación de los modelos se estableció el siguiente procedimiento para la generación de residuales. La estimación de parámetros de cada uno de los modelos se realizó en

63 oportunidades. En cada oportunidad se dejó fuera una de las parcelas y se calcularon los residuales de sus observaciones con base a los parámetros estimados con las 62 parcelas restantes. Este procedimiento permitió realizar la evaluación de la capacidad predictiva de los modelos utilizando una muestra independiente a la utilizada en el proceso de estimación de parámetros. Posteriormente, se utilizó la metodología de validación propuesta por Arabatzis y Burkhardt (1992) para el cálculo de medidas de sesgo, precisión y error probable. Los residuales para cada observación se definieron como

$$e_{ij} = h_{ij} - \hat{h}_{ij} \quad [4]$$

Donde h_{ij} es la altura observada del j -ésimo árbol en la i -ésima parcela y \hat{h}_{ij} es la altura estimada del j -ésimo árbol en la

i-ésima parcela. Para cada parcela se definió una medida de sesgo que corresponde a la media aritmética de sus residuales

$$\bar{e}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} e_{ij} \quad [5]$$

Donde n_i es el número de árboles muestras de la *i*-ésima parcela. Adicionalmente, dentro de cada parcela, se calculó la varianza de los residuales que se consideró como una medida de precisión

$$S_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{n_i} e_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{n_i} e_{ij}\right)^2}{n_i}}{n_i - 1} \quad [6]$$

A partir de ambos estadísticos se determinó para cada parcela una medida de error medio combinando la medición de sesgo y precisión

$$MS_i = \bar{e}_i^2 + S_i^2 \quad [7]$$

Posteriormente, se obtuvieron valores medios de \bar{e}_i , S_i^2 y MS_i para las 63 parcelas evaluadas. Los valores de \bar{e} , $\sqrt{S^2}$ y \sqrt{MS} fueron utilizados en el proceso de evaluación y comparación de la capacidad predictiva de los modelos regionales de altura-diámetro. El mejor modelo fue el que presentó los menores valores de los estadísticos mencionados anteriormente. Los residuales de cada modelo fueron analizados gráficamente para evaluar normalidad y homogeneidad de varianzas. Se construyeron gráficos de residuales-altura total estimada para descartar problemas de heterocedasticidad y gráficos de cuantiles para evaluar la normalidad de los residuales.

RESULTADOS

Modelos regionales de altura-diámetro. En general, no se observaron grandes diferencias entre los modelos respecto a sus indicadores de bondad de ajuste (cuadro 3). Para todos los modelos, el error estándar ($s_{y,x}$) se encontró entre 1,1-1,3 m y el coeficiente de determinación ajustado alcanzó valores entre 0,90-0,93. El modelo que presentó los mejores indicadores fue el modelo M3 con tres parámetros, seguido por los modelos M2 con dos parámetros y M1 con un pa-

Cuadro 3. Parámetros estimados (error estándar), error estándar de estimación ($s_{y,x}$) y coeficiente de determinación ajustado (R_{adj}^2) para cada uno de los modelos regionales de altura-diámetro.

Estimated parameters (standard error), standard error of estimate ($s_{y,x}$) and adjusted coefficient of determination (R_{adj}^2) for each height-diameter regional model.

Modelo	Parámetros estimados					$S_{y,x}$ (m)	R_{adj}^2
	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$		
M1	0,8980 (0,0172)					1,152	0,927
M2	0,3242 (0,0285)	1,5001 (0,4165)				1,141	0,928
M3	8,5629 (1,3326)	2,3318 (0,1511)	-0,0600 (0,0039)			1,111	0,932
M4	10,5679 (0,5775)	1,0100 (0,0350)	-0,3711 (0,0591)	6,0732 (0,1585)		1,232	0,916
M5	2,7345 (0,0898)	-4,4421 (0,3416)	-0,7467 (0,0767)	0,0353 (0,0011)		1,269	0,911
M6	0,4368 (0,0969)	0,7495 (0,0798)	0,7984 (0,1382)	-0,1376 (0,0611)		1,269	0,911
M7	1,0118 (0,0117)	-125,8310 ^{ns} (183,9)	5,4324 (1,0375)	-0,2995 (0,1296)		1,306	0,906
M8	2,7288 (0,0822)	-4,6904 (0,3818)	-0,7858 (0,0760)	0,0395 (0,0017)	-0,0432 (0,0138)	1,264	0,912
M9	18,0663 (1,3205)	2,0141 (0,0890)	-0,5629 (0,1117)	-0,3209 (0,0698)	3,8671 (0,0960)	1,213	0,919
M10	2,3532 (0,2173)	0,7310 (0,0270)	0,0656 (0,0068)	0,1863 (0,0216)	1,6162 (0,1889)	1,196	0,921

ns: parámetro no significativo ($\alpha=0,05$).

rámetro. El modelo M7 presentó un parámetro no significativo, por lo tanto, no fue considerado posteriormente en el proceso de validación.

Evaluación de la capacidad predictiva. En cuanto al sesgo, se observó que cinco de los modelos evaluados (M5, M6, M8, M9 y M10) sobrestimaron y el resto de los modelos subestimaron las alturas reales (cuadro 4). El mayor sesgo lo presentó el modelo M1 propuesto por Omule y Mac Donald (1991) y el menor sesgo lo presentó el modelo M10 propuesto por Sharma y Parton (2007). En cuanto a la precisión no se observaron mayores diferencias entre los modelos, encontrándose entre 1,07 y 1,14 m. Sin embargo, el modelo M3 propuesto por Krumland y Wensel (1988) presentó la mayor precisión en la predicción de alturas totales, seguido por el modelo M2 propuesto por Gaffrey (1988). Considerando la raíz del error medio como una medida de error probable que combina sesgo y precisión, se observó que el mejor modelo es M3 propuesto por Krumland y Wensel (1988), seguido por los modelos M2 y M1 propuestos por Gaffrey (1988) y Omule y MacDonald (1991), respectivamente. Los tres mejores modelos tienen como variables predictoras a nivel de rodal el diámetro medio (D_d) y la altura media (H_d) de los árboles dominantes. Adicionalmente, corresponden a los modelos que presentan el menor número de parámetros a ser estimados.

En la figura 2 se presenta el gráfico de comportamiento de los residuos frente a los valores predichos por el modelo M3, en el cual no se observan tendencias sistemáticas que indiquen problemas de heterocedasticidad. En el gráfico de cuantiles no se aprecia una diferencia evidente entre las distribuciones de probabilidad de los residuos y la normal, por lo tanto los parámetros del modelo se consideraron válidos (figura 2).

Cuadro 4. Medidas de sesgo (\bar{e}), precisión ($\sqrt{S^2}$) y error probable (\sqrt{MS}).
Measures of bias (\bar{e}), precision ($\sqrt{S^2}$) and probable error (\sqrt{MS}).

Modelo	Estadístico		
	Sesgo (m) \bar{e}	Precisión (m) $\sqrt{S^2}$	Error (m) \sqrt{MS}
M1	0,105	1,092	1,186
M2	0,059	1,080	1,176
M3	0,037	1,068	1,142
M4	0,011	1,137	1,275
M5	-0,007	1,127	1,312
M6	-0,018	1,142	1,309
M8	-0,011	1,128	1,311
M9	-0,012	1,110	1,258
M10	-0,004	1,110	1,238

Para efectos de ilustración, las curvas de los modelos, regional (M3) y local (ecuación 1) de altura-diámetro fueron sobrepuestas en un gráfico (figura 3). Se observó que el modelo regional permite obtener predicciones similares a las que se obtendrían si se utilizara un modelo local de altura-diámetro.

DISCUSIÓN

De los diez modelos utilizados en el estudio los que presentaron las mejores medidas de sesgo y error probable (M1, M2 y M3) incluyen en su estructura el diámetro medio y la altura media de los árboles dominantes como variables predictoras. Estas variables mejoran la precisión en la predicción de alturas totales (Hanus *et al.* 1999) y permiten al modelo adaptarse a un amplio rango de condiciones de rodal, al estar directamente relacionadas con la productividad de sitio (H_d) y los niveles de competencia dentro del rodal (D_d) y no verse seriamente afectado por cambios en la densidad debidas al manejo (Castedo *et al.* 2006, Crecente *et al.* 2010, Misir 2010).

Con base en medidas de bondad de ajuste y predicción el mejor modelo corresponde al M3 propuesto por Krumland y Wensel (1988). Trincado y Leal (2006) identificaron este mismo modelo regional de altura-diámetro como uno de los mejores para predecir alturas de árboles en plantaciones de *Pinus radiata* D. Don en Chile. Crecente *et al.* (2010) obtuvieron un modelo generalizado de altura-diámetro para *Eucalyptus globulus*, a partir de la estructura original propuesta por Krumland y Wensel (1988), en el cual las variables predictoras correspondieron como en este estudio al diámetro y la altura de los árboles dominantes.

La utilización del modelo seleccionado en labores de inventarios forestales requerirá sólo de la medición de variables de estado de árboles dominantes en cada parcela, reduciendo así el esfuerzo de muestreo en términos de tiempo y costo, sin pérdida de precisión en comparación con modelos locales de altura-diámetro (Trincado y Leal 2006). Considerando el empleo del modelo seleccionado en un sistema de simulación de crecimiento, en la estimación de alturas totales en tablas de rodal, este presenta un comportamiento apropiado biológicamente, restringiendo a la curva altura-diámetro que cuando el diámetro (clase diamétrica) sea igual al D_d la altura estimada sea igual a H_d (Hanus *et al.* 1999).

Esta investigación ha permitido seleccionar el modelo regional que mejor representa la relación altura-diámetro para las plantaciones de *E. tereticornis* bajo las condiciones propias de la costa atlántica colombiana. Adicionalmente, permite identificar las variables de rodal que mejoran el ajuste de los modelos de altura-diámetro. La estructura del modelo seleccionado permitirá expandir esta investigación aplicando nuevas técnicas de modelamiento, como el empleo de modelos de efectos mixtos, los cuales incluyen parámetros fijos que estiman la respuesta promedio de toda la población y parámetros aleatorios que explican la variabilidad de cada una de las unidades de mues-

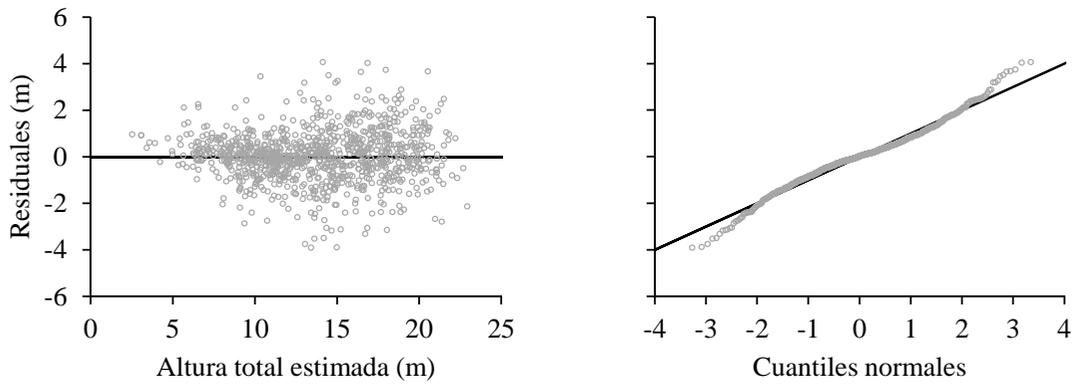


Figura 2. Comportamiento de los residuales generados por el modelo M3, frente a la altura total estimada y ajustados a una distribución normal.

Behavior of residuals generated by the M3 model versus the predicted total tree height and adjusted to a normal distribution.

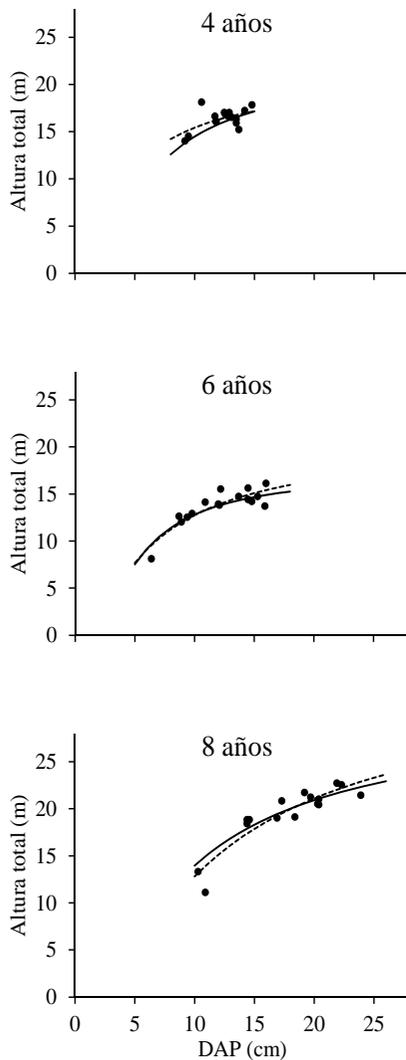


Figura 3. Curvas de ajuste entre un modelo local (---) y regional (—) de altura-diámetro para rodales de 4 años (parcela 30), 6 años (parcela 55) y 8 años de edad (parcela 42).

Fitting curves between a local (---) and regional (—) height-diameter model for 4 (plot 30), 6 (plot 55) and 8 (plot 42) year old stands.

tree (Saunders y Wagner 2008, Jiang y Li 2010, Crecente *et al.* 2010). Se han reportado modelos de altura-diámetro que han aplicado de manera exitosa esta técnica de estimación de parámetros (Calama y Montero 2004, Castedo *et al.* 2006, Trincado *et al.* 2007, Sharma y Parton 2007, Crecente *et al.* 2010, Vander Schaaf 2013). Otros estudios recientes han utilizado regresión generalizada de red neuronal artificial para modelar la relación altura-diámetro (Diamantopoulou y Özçelik 2012).

Por otro lado, la remediación de las parcelas permanentes utilizadas en esta investigación permitirá modelar a futuro el comportamiento temporal de las curvas de altura-diámetro (Omule y MacDonald 1991, Flewelling y Jong 1994, Mehtätalo 2004).

CONCLUSIONES

Los modelos que muestran los mejores indicadores de bondad de ajuste y capacidad predictiva, son aquellos que presentan el menor número de parámetros: M1 (1-parámetro), M2 (2-parámetros) y M3 (3-parámetros). Estos modelos incluyen dentro de su estructura el diámetro medio y altura media de los árboles dominantes como variables predictoras. Estas variables resultan suficientes para describir la relación altura-diámetro en plantaciones de *E. tereticornis* con diversas edades, productividades y niveles de competencia (densidades). A partir del análisis desarrollado, se determinó que el modelo que presentó el menor error probable correspondió al modelo M3 de Krumland y Wensel, el cual podrá ser incorporado a un sistema de proyección de crecimiento y rendimiento para plantaciones de *E. tereticornis* localizadas en la costa atlántica colombiana.

AGRADECIMIENTOS

El financiamiento necesario para el desarrollo de esta investigación se obtuvo de los proyectos de investigación 2008K7812-3818 y 2008K7812-3814 ejecutados por La

Corporación Nacional de Investigación y Fomento Forestal-CONIF en alianza con La Corporación para el Desarrollo Forestal de la Costa Norte, Madeflex S.A, Reforestadora San Sebastián y cofinanciados por el Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural de Colombia y Colciencias a través del programa cierre de brechas 2013.

REFERENCIAS

- Arabatzis A, H Burkhart. 1992. An evaluation of sampling methods and model forms for estimating height-diameter relationships in loblolly pine plantations. *Forest Science* 38: 192-198.
- Calama R, G Montero. 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 34(1): 150-163.
- Castedo F, U Diéguez, M Barrio, M Sánchez, K Gadow. 2006. A generalized height-diameter model including random components for radiata pine plantations in northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 229: 202-213.
- Crecente F, M Tomé, P Soares, U Diéguez. 2010. A generalized nonlinear mixed-effects height-diameter model for *Eucalyptus globulus* L. in Northwestern Spain. *Forest Ecology and Management* 259: 943-952.
- Curtis RO. 1967. Height-diameter and height-diameter-age equations for second-growth Douglas-fir. *Forest Science* 13(4): 365-375.
- Diamantopoulou MJ, R Özçelik. 2012. Evaluation of different modeling approaches for total tree-height estimation in Mediterranean Region of Turkey. *Forest Systems* 21(3): 383-397.
- Diéguez U, M Barrio, F Castedo, JG Álvarez. 2005. Relación altura-díametro generalizada para masas de *Pinussylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales* 14(2): 229-241.
- Dolph KL. 1989. Height-diameter equations for young-growth red fir in California and southern Oregon. Res. Note PSW-408. Berkeley, CA: Pacific Southwest Forest and Range Experiment Station, Forest Service, U.S. Department of Agriculture. 4 p.
- Flewelling JW, R Jong. 1994. Considerations in simultaneous curve fitting for repeated height-diameter measurements. *Canadian Journal of Forest Research* 24: 1408-1414.
- Gaffrey D. 1988. Forstamts- und bestandes individuelles sortimentierungs programm als. Mittel zur planung, aushaltung und Simulation. Diplomarbeit, Göttingen, Alemania, Forstliche Fakultät, Universität Georg-August. 86 p.
- Gutiérrez A, S Uribe, J Quiroz. 2004. Termitas asociadas a plantaciones de *Eucalyptus spp.* en una reforestadora en Magdalena, Colombia. *Manejo Integrado de Plagas y Agroecología* 72: 54-59.
- Haglöf Sweden AB. 2011. Vertex Laser VL402 User's manual. Haglöf Sweden AB Software. Consultado 20 ene. 2012. Disponible en <http://www.haglofcg.com>.
- Hanus M, D Marshall, D Hann. 1999. Height-diameter equations for six species in the coastal regions of the Pacific Northwest. Research Contribution 25. Oregon, USA. Forest Research Laboratory, Oregon State University. 11 p.
- Hernández R. 1993. Evaluación del efecto de la densidad en el crecimiento del *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica, Colombia. Tesis Ingeniería Forestal. Medellín, Colombia. Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Colombia. 101 p.
- Hui G, K Gadow. 1993. Zur Entwicklung von Einheitshöhenkurven am Beispiel der Baumart *Cunninghamia lanceolata*. *Allgemeine Forst- und Jagdzeitung* 164(12): 218-220.
- IDEAM. 2005. Atlas Climatológico de Colombia. Bogotá, Colombia. IDEAM. 219 p.
- Jiang L y Y Li. 2010. Application of nonlinear mixed-effects modeling approach in tree height prediction. *Journal of Computers* 5(10): 1575-1581.
- Krisnawati H, Y Wang, PK Ades. 2010. Generalized height-diameter models for *Acacia mangium* plantations in South Sumatra. *Journal of Forestry Research* 7(1): 1-19.
- Krumland B, L Wensel. 1988. A generalized height-diameter equations for coastal California species. *Western Journal of Applied Forestry* 3(4): 113-115.
- Larsen DR, DW Hann. 1987. Height-diameter equations for seventeen tree species in southwest Oregon. Forest Research Laboratory. Oregon State University, Corvallis. Research Bulletin 49. 16 p.
- Madeflex. 2010. Informe de desempeño convenio F-050-06-6-035. Suscrito entre USAID MIDAS- Madeflex. Barranquilla, Colombia. 120 p.
- Mahecha L, M Monsalve, J Arroyave. 2007. Evaluación del silvopastoreo de novillos Cebú en un sistema de *Eucalyptus tereticornis* y *Panicum maximum*, en la reforestadora San Sebastián. *Livestock Research for Rural Development* Volumen 19, Artículo 94. Consultado 20 sep. 2010. Disponible en <http://www.lrrd.org/lrrd19/7/mahe19094.htm>
- Mehtätalo L. 2004. A longitudinal height-diameter model for Norway spruce in Finland. *Canadian Journal of Forest Research* 34: 131-140.
- Misir N. 2010. Generalized height-diameter models for *Populus tremula* L. stands. *African Journal of Biotechnology* 9(28): 4348-4355.
- Obregón C, N Restrepo. 2007. El Eucalipto: Una opción de alta rentabilidad. *El Mueble y La Madera* 53: 14-19.
- Omule SA, RN MacDonald. 1991. Simultaneous curve for repeated height-diameter measurements. *Canadian Journal of Forest Research* 21: 1418-1422.
- Pienaar LV, WM Harrison, JW Rheney. 1990. Yield prediction system for Slash pine plantations in the Atlantic Coast Flatwoods. Georgia, USA. PMRC Technical Report, School of Forest Resources, University of Georgia. 31 p.
- Sánchez M, I Cañellas, G Montero. 2007. Generalized height-diameter and crown diameter prediction models for cork oak forests in Spain. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales* 16(1): 76-88.
- SAS Institute Inc. 1999. SAS User's Guide: SAS STAT. Version 8. Cary, NC, USA. SAS Institute Inc.
- Saunders MR, RG Wagner. 2008. Height-diameter models with random coefficients and site variables for tree species of central Maine. *Annals of Forest Science* 65(2): article 203. DOI:10.1051/forest:2007086.
- Schröder J, JG Álvarez. 2001. Comparing the performance of generalized height-diameter equations for Maritime pine in Northwestern Spain. *Forstwissenschaftliches Centralblatt* 120: 18-23.
- Sharma M, SY Zhang. 2004. Height-diameter models using stand characteristics for *Pinus banksiana* and *Picea mariana*.

- Scandinavian Journal of Forest Research* 19: 442-451.
- Sharma M, J Parton. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. *Forest Ecology and Management* 249: 187-198.
- Sommez T. 2009. Generalized height-diameter models for *Picea orientalis* L. *Journal of Environmental Biology* 30(5): 767-772.
- Temesgen H, D Hann, V Monleon. 2007. Regional height-diameter equations for major tree species of Southwest Oregon. *Western Journal of Applied Forestry* 22(3): 213-219.
- Trincado G, C Leal. 2006. Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). *Bosque* 27(1): 23-34.
- Trincado G, CL VanderSchaaf, HE Burkhart. 2007. Regional mixed-effects height-diameter models for loblolly pine (*Pinus taeda* L.) plantations. *European Journal of Forest Research* 126(2): 253-262.
- VanderSchaaf CL. 2013. Mixed-effects height-diameter models for commercially and ecologically important hardwoods in Minnesota. *Northern Journal of Applied Forestry* 30(1): 37-42.

Recibido: 26.04.11

Aceptado: 21.06.13

