

Diámetro, altura y volumen en función del tocón para *Abies religiosa* en diferentes regiones de México

Height, diameter and volume based on stump size for *Abies religiosa* in different regions of Mexico

Juan Carlos Guzmán-Santiago ^{a, c}, Héctor Manuel De los Santos-Posadas ^a,
Benedicto Vargas-Larreta ^b, Martín Gómez-Cárdenas ^c, Rigoberto González-Cubas ^{d, e *},
José Antonio Hernández-Aguilar ^d, Angelina Bautista-Cruz ^e

^a Colegio de Postgraduados en Ciencias Forestales, Campus Montecillos, Texcoco, Estado de México, México.

^b Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de El Salto, Departamento de Ingeniería Forestal, Mesa del Tecnológico, Pueblo Nuevo, Durango, México.

^c Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias, Campo experimental Uruapan, Avenida Latinoamericana, Michoacán, México.

* Autor de correspondencia: ^d Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico Superior de San Miguel el Grande, Departamento de Ingeniería Forestal/ingeniería en Desarrollo Comunitario, Colonia Tecnológico, Oaxaca, México, tel.: +52 8211464233. rigoberto.gc@smiguelgde.tecnm.mx

^e Centro de Investigación, Divulgación y Asesoría Técnica Forestal y Agropecuaria (SC), Isabela Católica, Tlaxiaco, Oaxaca, México.

SUMMARY

Forest inventory is the primary method for collecting and recording information regarding the volumetric quantification and yield of trees. However, this is difficult when the individual has been cut and only the stump remains, in which case inventory is achieved through regression techniques. The objective of this work was to adjust allometric equations for the estimation of normal diameter (dn), total height (at) and volume (v) using the stump diameter (dt) for *Abies religiosa* in different regions of Mexico. A total of 2,599 data points from 20 forest management units were used to analyze the variables and their respective predictions through eight allometric equations, which were evaluated with different statistical criteria. The adjusted coefficient of determination (R^2_{adj}) explained 91 % of the normal diameter, together with the root mean square error (RMSE) of less than 4.75 cm with respect to the allometric equation (3). Another of the best options to estimate the total height is the Schumacher exponential (4) and the allometric (6) with values of R^2_{adj} of approximately 50 %, accompanied by RMSE less than 5.03 m. However, for the volume of the forest, Schumacher's equation was considered pertinent since it has a RMSE ranging from 0.00001 to 0.0026 m³ with R^2_{adj} that explains more than 74 % of the variation of the data observed in each UMAFOR. These regressions may be useful for the restoration of trees after an unplanned or unexpected felling event, as the results are statistically reliable.

Keywords: volumetric quantification, regression, tree restoration, forest management units.

RESUMEN

Los inventarios forestales son los métodos de recolección y registro de información para la cuantificación volumétrica y rendimiento de los árboles; sin embargo, esto se dificulta cuando el individuo ha sido cortado y solo permanece el tocón, y esto se logra mediante técnicas de regresión. El objetivo de este trabajo fue ajustar ecuaciones alométricas para la estimación del diámetro normal (dn), altura total (at) y volumen (v) fustal a partir del diámetro del tocón (dt) para *Abies religiosa* en diferentes regiones de México. Se utilizaron 2,599 datos provenientes de 20 forest management units para analizar las variables con sus respectivas predicciones a través de ocho ecuaciones alométricas; mismas que fueron evaluadas con diferentes criterios estadísticos. El coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj}) explicó el 91 % sobre el diámetro normal, en conjunto con la raíz del error medio cuadrático (REMC) menores a 4,75 cm respecto a la ecuación alométrica (3), también las mejores opciones para estimar la altura total está la de Schumacher exponencial (4) y la alométrica (6) con valores de R^2_{adj} aproximado de 50 %, acompañado de REMC menores a 5,03 m; mientras que, para el volumen fustal, se consideró pertinente la ecuación de Schumacher al tener una REMC que oscilan entre 0,00001 a 0,0026 m³ con R^2_{adj} que explica más del 74 % la variación de los datos observados en cada UMAFOR. Estas regresiones podrán ser de utilidad para la reconstrucción de los árboles después de un evento de derribo no previsto o acontecido, al tener resultados estadísticamente confiable.

Palabras clave: cuantificación volumétrica, regresión, reconstrucción del árbol, unidades de manejo forestal.

INTRODUCCIÓN

El aprovechamiento forestal está ligado al inventario forestal, pues permite obtener información cuantitativa sobre las variables de crecimiento en altura total (*at*) y diámetro normal (*dn*), que son necesarias para la estimación volumétrica en distintas especies de interés, donde la medición de la altura en campo resulta difícil y su estimación está propensa a errores en bosques densos (Guzmán-Santiago *et al.* 2019). Sin embargo, cuando se carece del árbol en pie provocado por diversos factores en su derribo (forma legal, ilegal o natural), solo permanece como evidencia los tocones de los árboles (Martínez-López y Acosta-Ramos 2014, Şahin *et al.* 2019). No obstante, el tocón o tronco es una porción del árbol que queda al ser eliminado de su sitio y este es una variable indicativa de sus dimensiones (Diéguez-Aranda *et al.* 2003).

El diámetro del tocón (*dt*) permite estudiar diversas variables de la masa forestal que hubo en algún momento, por ejemplo, el diámetro basal original, la distribución de las especies de los individuos, la distribución de las clases de tamaños de los árboles del rodal, la determinación de especies extraídas, la anatomía de la madera, la biomasa o la cantidad de carbono, entre otras (Milios *et al.* 2016); sobre todo para estimar el *dn* (Sakici y Özdemir 2017). Es decir, el *dt* permite reconstruir el arbolado removido a través de regresiones lineales y no lineales, que predicen el diámetro normal, la altura total y el volumen fustal (García-Cuevas *et al.* 2017a). Esto resulta útil para calcular la pérdida (incendios, tala clandestina y plagas) o cosecha de volúmenes de los árboles (Corral-Rivas *et al.* 2007).

En México, autores como Vargas-Larreta *et al.* (2017), en colaboración con diversas instituciones crearon el Sistema Biométrico Forestal (SiBiFor 2016), que es un catálogo que integra distintas ecuaciones biométricas para 97 especies, en climas templados y tropicales. Sin embargo, aún falta por incluir en la plataforma SiBiFor diversas ecuaciones que estimen el volumen del árbol a partir de las dimensiones del tocón para ciertas especies.

De esta destaca, el género *Abies* que es la segunda pinácea maderable de mayor importancia económica en el país y que contribuye con el 2,8 % de la producción maderable anual (SEMARNAT 2016). La superficie que ocupa dentro del territorio del país oscila entre 0,07 % y 0,16 %, y su distribución se presenta en forma de parches aislados (INEGI 2017). Cabe destacar que estudios de este tipo son escasos en México, lo cual es relevante al facilitar a los técnicos y silvicultores las estimaciones de existencias volumétricas de sus bosques, así como de información precisa para la toma de decisiones sobre el manejo de esta especie.

Se planteó como hipótesis que el diámetro del tocón de los árboles es una variable apropiada para estimar la variabilidad de diámetro normal, la altura total y el volumen del fuste. Así mismo, el objetivo fue ajustar ecuaciones alométricas para la estimación del diámetro normal (*dn*), altura

total (*at*) y volumen (*v*) fustal total a partir del diámetro del tocón (*dt*) para *Abies religiosa* Kunth Schltdl. & Cham. en diferentes regiones de México.

MÉTODOS

Área de estudio. Se consideraron ocho entidades federativas de México, donde se encuentran 20 Unidades de Manejo Forestal (UMAFOR), las cuales fueron: Guerrero (UMAFOR n° 1.203), Hidalgo (UMAFOR n° 1.303), Jalisco (UMAFOR n° 1.404, 1.406, 1.410), Estado de México (UMAFOR n° 1.503, 1.507, 1.508, 1.509, 1.510) Michoacán (UMAFOR n° 1.604, 1.605, 1.608), Puebla (UMAFOR n° 2.101, 2.105, 2.108), Tlaxcala (UMAFOR n° 2.901, 2.902) y Veracruz (UMAFOR n° 3.004, 3.012).

Tamaño de muestra. Mediante un muestreo aleatorio se colectaron 2.599 árboles, distribuidos aleatoriamente en áreas autorizadas para aprovechamiento forestal de cada UMAFOR; en la que se cubrió todas las categorías diamétricas posibles (> 5 cm) (figura 1). Se empleó un muestreo destructivo que consistió en derribar, seccionar y medir los árboles. En cada sitio el diámetro normal fue medido con cinta diamétrica alemana Forestry Suppliers, Inc. P.O.BOX 8397 o con forcípulas tradicionales y para la medición de las alturas en pie se utilizó un Hipsómetro haga. Los árboles derribados se midieron usando el flexómetro Uline Accuc-Lock H-1766.

Todas las variables se midieron la altura mínima del corte 0,30 m (altura del tocón) de los árboles y posteriormente se realizó otro corte más de 0,30 m. La siguiente sección fue en el diámetro normal (1,30 m del suelo), y en seguida las demás secciones fueron cortadas a 2,54 m de longitud hasta llegar a la punta del árbol. Este criterio se definió con la finalidad de que las trocerías pudieran ser aprovechadas por los propietarios. La muestra de cada UMAFOR fue altamente heterogénea con coeficientes de variación entre 21,07 y 123,19 % (cuadro 1).

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de las variables evaluadas del arbolado por UMAFOR.
Descriptive statistics of the tree variables evaluated by UMAFOR.

UMAFOR	N	Var	Máx	Prom	Mín	DE	CV %	EME	Curtosis
1.203	162	<i>Dt</i>	100,000	35,600	10,300	21,158	52,331	1,662	-0,375
		<i>Dn</i>	70,000	24,070	8,150	14,550	52,559	1,143	-0,210
		<i>At</i>	44,800	21,500	7,620	7,989	37,102	0,628	-0,592
		<i>V</i>	6,230	0,450	0,020	1,139	12,394	0,089	5,193
1.303	180	<i>Dt</i>	100,000	49,730	13,300	15,724	31,614	1,172	0,606
		<i>Dn</i>	64,000	36,970	8,600	11,281	30,249	0,841	-0,021
		<i>At</i>	43,300	33,080	9,500	6,705	21,073	0,500	3,075
		<i>V</i>	5,730	1,650	0,032	1,154	62,012	0,086	0,663
1.404	52	<i>Dt</i>	90,100	46,750	12,800	20,557	42,481	2,851	-0,736
		<i>Dn</i>	70,000	35,050	8,500	16,175	44,031	2,243	-0,815
		<i>At</i>	39,060	22,440	7,260	8,929	38,064	1,238	-1,163
		<i>V</i>	5,810	1,190	0,020	1,645	96,716	0,228	0,057
1.406	49	<i>Dt</i>	97,300	55,000	13,000	17,317	31,202	2,474	0,026
		<i>Dn</i>	70,000	44,950	9,000	13,551	30,280	1,936	-0,072
		<i>At</i>	36,720	28,920	9,700	5,007	17,470	0,715	4,893
		<i>V</i>	5,230	2,250	0,030	1,277	55,624	0,182	-0,281
1.410	52	<i>Dt</i>	105,000	55,000	14,300	20,384	38,105	2,827	-0,274
		<i>Dn</i>	79,000	41,370	9,700	16,602	40,478	2,302	-0,478
		<i>At</i>	37,590	27,770	10,880	6,565	25,193	0,910	-0,076
		<i>V</i>	5,700	1,570	0,040	1,468	78,221	0,204	0,029
1.503	133	<i>Dt</i>	104,000	53,700	10,500	26,322	48,135	2,282	-1,122
		<i>Dn</i>	85,500	43,500	8,750	22,710	50,515	1,969	-1,278
		<i>At</i>	52,460	29,200	7,200	11,118	38,707	0,964	-0,947
		<i>V</i>	11,290	1,900	0,030	2,992	96,859	0,259	-0,577
1.507	84	<i>Dt</i>	112,500	64,400	9,500	27,470	42,699	2,997	-0,887
		<i>Dn</i>	90,250	49,250	8,000	22,386	45,546	2,443	-0,980
		<i>At</i>	50,500	32,440	7,810	10,191	33,352	1,112	-0,652
		<i>V</i>	11,020	2,640	0,020	2,841	82,662	0,310	-0,742
1.508	151	<i>Dt</i>	125,000	60,000	12,500	25,556	43,741	2,080	-0,737
		<i>Dn</i>	86,500	47,000	8,950	20,323	44,235	1,654	-0,915
		<i>At</i>	44,550	29,310	10,800	9,119	32,731	0,742	-1,142
		<i>V</i>	10,000	2,520	0,040	2,402	83,811	0,196	-0,024
1.509	139	<i>Dt</i>	94,000	53,000	11,000	20,909	41,723	1,773	-0,927
		<i>Dn</i>	74,950	40,000	9,000	15,862	41,788	1,345	-0,804
		<i>At</i>	41,680	24,010	6,600	9,065	37,831	0,769	-0,481
		<i>V</i>	8,190	1,360	0,010	1,595	94,072	0,135	2,215
1.510	135	<i>Dt</i>	110,000	42,000	10,000	24,993	54,108	2,151	-0,520
		<i>At</i>	79,500	31,000	7,750	19,066	55,549	1,641	-0,517
		<i>H</i>	50,000	19,860	10,510	6,147	29,077	0,529	2,447
		<i>V</i>	7,070	0,730	0,029	1,586	11,043	0,137	2,533

Continúa

1.604	142	<i>Dt</i>	104,000	55,450	20,000	15,896	29,565	1,334	0,310
		<i>Dn</i>	72,500	41,500	13,000	12,957	31,669	1,087	-0,179
		<i>At</i>	46,270	28,810	13,810	6,437	22,760	0,540	-0,258
		<i>V</i>	8,590	1,780	0,080	1,447	70,180	0,121	2,496
1.605	108	<i>Dt</i>	92,000	48,500	13,500	16,349	33,932	1,573	-0,258
		<i>Dn</i>	74,500	38,450	9,000	13,697	35,745	1,318	-0,339
		<i>At</i>	39,550	24,300	9,800	5,602	23,179	0,539	0,318
		<i>V</i>	7,240	1,270	0,030	1,342	86,688	0,129	3,964
1.608	133	<i>Dt</i>	112,680	51,880	12,000	23,671	43,993	2,053	-0,268
		<i>Dn</i>	88,150	41,500	7,750	19,051	44,606	1,652	-0,659
		<i>At</i>	45,400	27,800	6,600	9,689	36,303	0,840	-0,838
		<i>V</i>	12,960	1,590	0,020	2,301	102,095	0,199	4,408
2.101	148	<i>Dt</i>	120,000	52,800	10,900	28,419	51,785	2,336	-0,927
		<i>Dn</i>	94,500	41,400	7,950	22,352	52,449	1,837	-0,808
		<i>At</i>	50,170	24,240	7,330	9,355	35,328	0,769	-0,500
		<i>V</i>	10,570	1,360	0,030	2,689	111,585	0,221	0,516
2.105	175	<i>Dt</i>	112,200	56,000	6,700	27,715	49,555	2,095	-1,149
		<i>Dn</i>	94,000	38,500	5,400	21,078	51,936	1,593	-0,769
		<i>At</i>	41,300	28,080	6,100	8,752	33,189	0,662	-0,475
		<i>V</i>	11,580	1,460	0,008	2,275	102,592	0,172	1,467
2.108	156	<i>Dt</i>	120,500	62,150	13,500	26,157	42,815	2,094	-0,806
		<i>Dn</i>	83,200	40,350	9,050	19,042	45,534	1,525	-0,848
		<i>At</i>	40,560	26,590	9,870	7,867	29,159	0,630	-0,856
		<i>V</i>	8,760	1,500	0,030	2,109	90,593	0,169	-0,072
2.901	205	<i>Dt</i>	90,000	34,500	12,200	17,991	45,080	1,257	-0,654
		<i>Dn</i>	62,300	23,500	8,500	13,919	49,524	0,972	-0,818
		<i>At</i>	40,570	15,070	5,130	9,136	51,059	0,638	-0,656
		<i>V</i>	5,140	0,370	0,020	1,183	123,191	0,083	1,330
2.902	97	<i>Dt</i>	99,500	35,200	18,500	19,362	44,814	1,966	-0,100
		<i>Dn</i>	79,000	25,700	7,600	15,035	49,378	1,527	0,056
		<i>At</i>	37,250	21,010	6,270	8,040	38,220	0,816	-0,969
		<i>V</i>	5,540	0,600	0,030	1,313	110,784	0,133	2,141
3.004	150	<i>Dt</i>	80,000	38,250	11,000	13,197	34,596	1,078	-0,071
		<i>Dn</i>	52,000	29,650	8,200	9,672	32,723	0,790	-0,546
		<i>At</i>	25,400	16,800	7,300	3,606	21,850	0,294	-0,459
		<i>V</i>	1,970	0,570	0,020	0,448	68,196	0,037	-0,517
3.012	148	<i>Dt</i>	107,000	40,050	17,000	15,196	35,151	1,249	2,881
		<i>Dn</i>	97,000	30,300	12,200	13,192	39,395	1,084	4,505
		<i>At</i>	32,920	17,900	8,250	4,839	26,434	0,398	-0,244
		<i>V</i>	10,700	0,670	0,050	1,198	122,980	0,098	33,485

donde: *dt* = diámetro del tocón a 0,30 m (cm); *dn* = diámetro normal a 1,30 m (cm); *at* = altura total (m); *v* = volumen del fuste (m³), *n* = número de observaciones; *Var* = variables, *Máx* = máximo; *Prom* = promedio *Mín* = mínimo; *DE* = desviación estándar, *CV* % = coeficiente de variación, *EME* = error medio estándar.

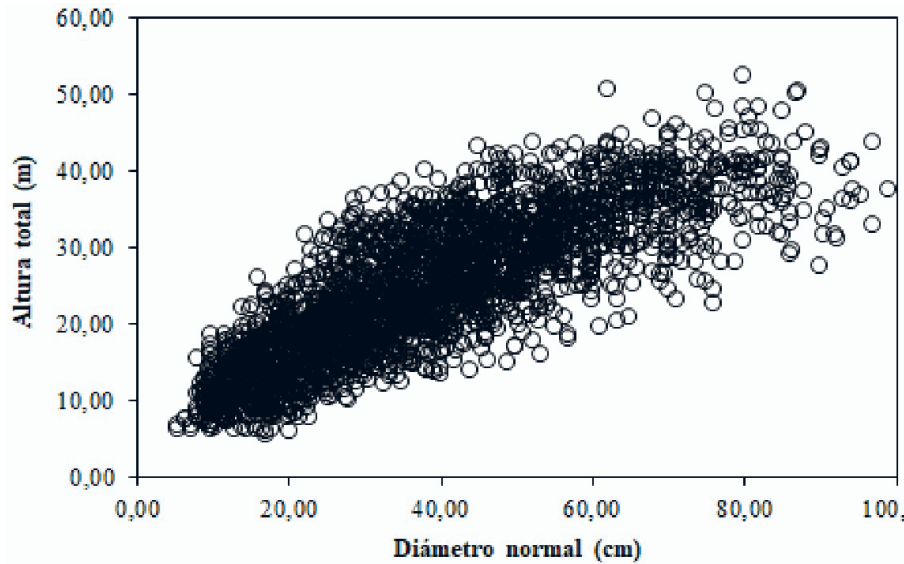


Figura 1. Distribución de las categorías diamétricas de todas las UMAFORs de la especie en estudio.
Distribution of the diameter categories of all the UMAFORs of the species under study.

Ecuaciones utilizadas. Se analizaron siete ecuaciones no lineales y uno lineal para el ajuste del diámetro normal, altura total y el volumen comercial (ecuación 1 a 8).

$$dn = b_0 + b_1 \times dt \text{ (Lineal)} \quad [1]$$

$$dn = b_0 \times dt^{\left(\frac{1,3}{at}\right)^{b_1}} \text{ (No lineal)} \quad [2]$$

$$dn = b_0 \times (dt^{b_1}) \text{ (Alométrica [potencial o multiplicativo])} \quad [3]$$

$$at = 1,3 + b_0 \times \exp^{b_1 \times \left(\frac{1}{dt}\right)} \text{ (Schumacher exponencial [1939])} \quad [4]$$

$$at = b_0 + b_1 \times \exp^{b_2 \times \left(\frac{1}{dt}\right)} \text{ (Schumacher exponencial [con ordenada] [1939])} \quad [5]$$

$$at = b_0 \times (dt^{b_1}) \text{ (Alométrica [potencial o multiplicativo])} \quad [6]$$

$$v = b_0 \times (dt^{b_1}) \text{ (Alométrica [potencial o multiplicativo])} \quad [7]$$

$$v = b_0 \times \exp^{\left(\frac{b_1}{dt}\right)} \text{ (Schumacher 1939)} \quad [8]$$

donde: dn = diámetro normal (cm), at = altura total (m), v = volumen (m^3), dt = diámetro del tocón (cm), b_i = parámetros del modelo.

Cálculo de volumen por árbol. Para las secciones que tienen la forma de un cilindro y paraboloides fueron cubicadas con la fórmula de Smalian (ecuación 9); mientras que en la última sección (punta del árbol) se utilizó la expresión del cono (ecuación 10). El volumen de fuste se consideró como la suma de los volúmenes de todas las trozas.

$$V = \left[\frac{S_0 + S_1}{2} \right] \times L \quad [9]$$

$$V = \frac{S_b \times L}{3} \quad [10]$$

donde: S_1 = superficie de la sección menor (cm^2), S_2 = superficie de la sección mayor (cm^2), S_b = superficie de la base (cm), L = longitud (m) y V = volumen (m^3).

Método de ajuste y selección de las ecuaciones. Para el ajuste se utilizó PROC MODEL con el método de máxima verosimilitud con información completa (FIML) con la finalidad de generar estimaciones consistentes, empleando el software Statistical Analysis Systems (SAS 2008).

La eficiencia del modelo para cada UMAFOR fue medida a través de los criterios estadísticos, como el coeficiente de determinación ajustado (R^2_{adj} , ecuación 11); donde los mejores valores son aquellos cercanos a 1 y permite observar la variabilidad total que es explicada por las variables predictivas de la ecuación; la Raíz del Error Medio Cuadrático (REMC, ecuación 12) que debe aproximarse a cero; el sesgo (\bar{e} , ecuación 13) donde el promedio de los residuales debe ser igual a cero para que el estimador sea centrado o insesgado y el logaritmo de verosimilitud (Loglik, ecuación 14) es considerado mejor, cuando se obtienen valores más altos.

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \times \left[\frac{n-1}{n-p-1} \right] \quad [11]$$

$$\text{REMC} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p}} \quad [12]$$

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)}{n} \quad [13]$$

$$\text{Loglik} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}s}\right)^n \exp\left\{-\frac{1}{2s^2} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2\right\} \quad [14]$$

donde: p = número de parámetros a estimar; n = tamaño de muestra; Y_i = valores observados; \hat{Y}_i = valores estimados; \bar{Y} = valor promedio, π = constante 3,1416, s^2 = varianza del error, s = desviación estándar.

Para una mejor selección de las ecuaciones se analizaron de manera implícita los gráficos de residuales contra valores predichos, siendo esta como la mejor opción; y para un mayor convencimiento de esto se ilustra más adelante los residuales del volumen de la mejor ecuación.

Análisis de heterocedasticidad. En el ajuste de las ecuaciones de volumen frecuentemente existe problemas de heterocedasticidad, debido a que árboles de mayores dimensiones, generan mayor variación del volumen estimado. Por lo tanto, este problema fue corregido con la finalidad de garantizar buenas estimaciones. La varianza σ_i^2 que es desconocida se estimó con una función exponencial $\sigma_i^2 = \gamma D^K$. Los valores de Y y del exponente K se optimizaron a través de la metodología propuesta por Harvey (1976); que consiste en emplear los errores del modelo ajustado sin pesos como variable dependiente, en el modelo potencial de varianza del error. Quedando finalmente de la siguiente forma.

$$\text{resid. } v = \text{res. } v / [(dn^2 * at)]^{0,5} \quad [15]$$

RESULTADOS

Relación diámetro normal-diámetro del tocón (dn-dt). Mediante los criterios de bondad de ajuste (R^2_{adj} , REMC, \bar{e} y Loglik) y valores significativos de los parámetros ($P < 0,0001$), sugirieron seleccionar la ecuación alométrica (potencial o multiplicativo, 3) para estimar el diámetro normal con mayor precisión. En este sentido considerando el valor del R^2_{adj} el dt explicó el 91 % o más de la variación en el diámetro normal (excepto en los datos de la UMAFOR 1.303). Así mismo, se obtuvieron valores de la $\text{REMC} \leq 4,75$ cm. Estas relaciones presentaron sesgos confiables para las UMAFOREs, como la sobreestimación y subestimación de los diámetros, pero a nivel de milésimas de centímetro por árbol individual; además de sus respectivos logaritmos de verosimilitud (Loglik) que fueron más altos respecto a la varianza del error (cuadro 2).

Relación altura total-diámetro del tocón (at-dt). Con base a los valores de los estadísticos de bondad de ajuste se

seleccionaron dos ecuaciones para las predicciones de la altura total, donde la ecuación 4 (Schumacher exponencial (1939)) fue más precisa en las UMAFORs 1.303, 1.406 y 2.902, mientras que el resto de los casos tuvo mejor rendimiento la ecuación 6 (alométrico) para describir la relación de los datos. El REMC fue menor a 5,03 m con sesgos entre 0,05 a -0,07 m, por lo tanto, en la mayoría de los casos las ecuaciones sobreestiman (en centésimas de metros) la altura total del árbol.

En este caso el diámetro del tocón explicó más del 50 % (R^2_{adj}) de la variación de la altura total del árbol en cada UMAFOR y se complementa con los valores de maximiza verosimilitud (Loglik), en el cual evidenció que las regresiones predicen de buena forma, al sobreestimar ligeramente los datos. Es común, que estos tipos de ajustes en altura total no se tengan valores deseables en cuanto a la REMC y R^2_{adj} , como sucede en otras variables; ya que la altura es afectada por distintos factores, sobre todo por la calidad del sitio donde se desarrolla cada individuo (Diéguez-Aranda *et al.* 2003) (cuadro 3).

Relación volumen de fuste-diámetro del tocón (v-dt). La ecuación Schumacher (8) presentó sesgos negativos bajos, lo cual significa que los datos subestiman ligeramente para todos los casos con niveles de milésimas la predicción a nivel de árbol individual (información que se complementa en la figura 2). De igual forma, se observan valores de REMC que oscilan entre 0,00001 a 0,0026 m³ con coeficiente (R^2_{adj}) que explica más del 74 % la variación de los datos observados en cada UMAFOR. Esta información cuantitativa fue sustentada en los logaritmos de verosimilitud (Loglik) obtenidos, los cuales mostraron los mejores valores con respecto a la varianza (cuadro 4).

La corrección de la heterocedasticidad de la ecuación de volumen mostró una adecuada distribución de los residuos al incluir la función de potencia (ecuación 15) ya descrita en la metodología, evidenciando así una distribución normal (figura 2).

DISCUSIÓN

Relación dn-dt. Se ha documentado en diversos estudios que las ecuaciones lineales y no lineales tienen la capacidad de describir los datos con base a su estructura (Şahin *et al.* 2019). En este contexto el modelo alométrico (potencial o multiplicativo) presentó mejor rendimiento en estimar el diámetro normal de cada una de las UMAFORs con valores de $R^2_{\text{adj}} > 86$ % y $\text{REMC} < 4,75$ cm. Esto puede constatarse con los resultados obtenidos por García-Cuevas *et al.* (2017a) con la misma especie en Tancítaro, Michoacán al explicar un 99,2 % (R^2_{adj}) de la variabilidad de los datos y una REMC de 3,16 cm. Además de la evidencia proporcionada por García-Cuevas *et al.* (2016), los resultados fueron superiores al 90 % en *Abies religiosa* en la misma región con diferentes ecuaciones.

Cuadro 2. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y estimadores de los parámetros de la ecuación potencial 3.

Values of the goodness-of-fit statistics and estimators of the parameters of the potential equation 3.

UMAFOR	P	EP	EE	Valor t	Aprox Pr > t	Estadísticos de bondad de ajuste			
						\bar{e}	REMC	R ² _{adj}	Loglik
1.203	b_0	0,81111	0,0819	9,90	< 0,0001	-0,035	4,08	0,92	-456,66
	b_1	0,95606	0,0250	38,27	< 0,0001				
1.303	b_0	1,29187	0,1444	8,95	< 0,0001	-0,063	4,14	0,86	-510,49
	b_1	0,86273	0,0277	31,12	< 0,0001				
1.404	b_0	0,75759	0,1285	5,90	< 0,0001	-0,023	4,01	0,93	-144,98
	b_1	1,00067	0,0411	24,32	< 0,0001				
1.406	b_0	1,22064	0,2202	5,54	< 0,0001	-0,088	3,88	0,91	-134,97
	b_1	0,89840	0,0436	20,62	< 0,0001				
1.410	b_0	0,70124	0,1407	4,98	< 0,0001	-0,020	4,51	0,92	-151,19
	b_1	1,02213	0,0480	21,28	< 0,0001				
1.503	b_0	0,69094	0,0550	12,56	< 0,0001	-0,029	3,45	0,97	-352,76
	b_1	1,04225	0,0185	56,25	< 0,0001				
1.507	b_0	0,57124	0,0814	7,02	< 0,0001	0,049	4,53	0,95	-245,14
	b_1	1,06785	0,0324	33,00	< 0,0001				
1.508	b_0	0,91598	0,0932	9,83	< 0,0001	-0,100	4,68	0,94	-446,51
	b_1	0,96391	0,0236	4,80	< 0,0001				
1.509	b_0	0,89046	0,0954	9,34	< 0,0001	-0,023	3,91	0,93	-385,83
	b_1	0,95976	0,0259	37,05	< 0,0001				
1.510	b_0	0,76384	0,0768	9,94	< 0,0001	-0,042	4,37	0,94	-389,74
	b_1	0,99337	0,0240	41,47	< 0,0001				
1.604	b_1	0,69930	0,0793	8,81	< 0,0001	-0,035	3,57	0,92	-381,17
	b_0	1,02118	0,0276	37,02	< 0,0001				
1.605	b_0	0,70159	0,0684	10,26	< 0,0001	-0,002	2,89	0,95	-267,11
	b_1	1,03187	0,0241	42,79	< 0,0001				
1.608	b_0	0,89881	0,0752	11,95	< 0,0001	-0,142	3,79	0,96	-365,19
	b_1	0,97036	0,0197	49,13	< 0,0001				
2.101	b_0	0,78263	0,0500	15,65	< 0,0001	-0,036	3,16	0,98	-379,52
	b_1	0,99833	0,0147	67,79	< 0,0001				
2.105	b_0	0,61885	0,0636	9,73	< 0,0001	0,071	4,75	0,94	-520,17
	b_1	1,03785	0,0237	43,76	< 0,0001				
2.108	b_0	0,54393	0,0568	9,58	< 0,0001	0,046	4,19	0,95	-444,11
	b_1	1,05428	0,0240	44,01	< 0,0001				
2.901	b_0	0,57667	0,0531	10,85	< 0,0001	-0,034	3,77	0,92	-561,95
	b_1	1,05305	0,0232	45,47	< 0,0001				
2.902	b_0	0,58812	0,0811	7,25	< 0,0001	-0,036	4,34	0,91	-279,02
	b_1	1,04713	0,0339	30,84	< 0,0001				
3.004	b_0	1,21001	0,1133	10,68	< 0,0001	-0,045	2,81	0,91	-366,80
	b_1	0,87981	0,0247	35,61	< 0,0001				
3.012	b_0	0,54327	0,0457	11,88	< 0,0001	0,051	3,20	0,94	-381,46
	b_1	1,09225	0,0212	51,64	< 0,0001				

donde: P = parámetros, EP = estimadores de los parámetros, EE = error estándar, Pr>|t| = nivel de significancia para los parámetros estimados, \bar{e} = sesgo, REMC = raíz del error medio cuadrático, R²_{adj} = coeficiente de determinación ajustado, Loglik = logaritmos de verosimilitud.

Cuadro 3. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y estimadores de los parámetros de las ecuaciones que estiman la altura total.
 Values of the goodness-of-fit statistics and estimators of the parameters of the equations that estimate the total height.

UMAFOR	P	EP	EE	Valor t	Aprox. Pr > t	Estadísticos de bondad de ajuste				Ec
						\bar{e}	REMC	R ² _{adj}	LogLik	
1.203	b_0	2,39915	0,2595	9,24	< 0,0001	-0,034	3,79	0,77	-444,93	6
	b_1	0,60246	0,0277	21,77	< 0,0001					
1.303	b_0	48,80221	1,5050	32,43	< 0,0001	-0,041	3,91	0,65	-500,05	4
	b_1	-21,40930	1,4661	-14,60	< 0,0001					
1.404	b_0	1,25177	0,3520	3,56	0,0008	0,007	4,54	0,74	-151,45	6
	b_1	0,75973	0,0692	10,98	< 0,0001					
1.406	b_0	37,51684	2,0937	17,92	< 0,0001	-0,015	3,53	0,50	-130,30	4
	b_1	-15,87860	2,8504	-5,57	< 0,0001					
1.410	b_1	3,49031	0,6903	5,06	< 0,0001	-0,036	3,35	0,73	-135,72	6
	b_0	0,51065	0,0485	10,52	< 0,0001					
1.503	b_0	1,83896	0,2291	8,03	< 0,0001	-0,034	4,12	0,86	-376,30	6
	b_1	0,69416	0,0296	23,49	< 0,0001					
1.507	b_0	2,06519	0,3229	6,40	< 0,0001	-0,041	3,79	0,86	-230,26	6
	b_1	0,65337	0,0362	18,07	< 0,0001					
1.508	b_0	2,69584	0,3856	6,99	< 0,0001	-0,028	4,73	0,73	-448,17	6
	b_1	0,58105	0,0339	17,12	< 0,0001					
1.509	b_0	1,62521	0,3154	5,15	< 0,0001	-0,062	5,03	0,69	-420,76	6
	b_1	0,69343	0,0476	14,57	< 0,0001					
1.510	b_1	3,99733	0,3982	10,04	< 0,0001	0,030	3,26	0,71	-350,33	6
	b_0	0,44409	0,0250	17,75	< 0,0001					
1.604	b_0	3,19972	0,5793	5,52	< 0,0001	0,005	4,32	0,54	-408,41	6
	b_1	0,54977	0,0447	12,29	< 0,0001					
1.605	b_0	2,98674	0,4404	6,78	< 0,0001	-0,005	3,08	0,69	-273,80	6
	b_1	0,54359	0,0373	14,59	< 0,0001					
1.608	b_0	1,80032	0,2723	6,61	< 0,0001	-0,078	4,60	0,77	-390,71	6
	b_1	0,68279	0,0364	18,78	< 0,0001					
2.101	b_0	2,58582	0,2894	8,93	< 0,0001	0,058	4,13	0,80	-418,92	6
	b_1	0,58919	0,0266	22,15	< 0,0001					
2.105	b_0	3,12102	0,2855	10,93	< 0,0001	-0,061	3,56	0,83	-469,53	6
	b_1	0,53982	0,0218	24,77	< 0,0001					
2.108	b_1	2,78959	0,3152	8,85	< 0,0001	0,004	3,62	0,78	-421,28	6
	b_0	0,55813	0,0266	20,98	< 0,0001					
2.901	b_0	0,46435	0,0768	6,04	< 0,0001	-0,009	4,37	0,77	-592,48	6
	b_1	0,99089	0,0417	23,73	< 0,0001					
2.902	b_0	45,89849	2,4202	18,96	< 0,0001	-0,038	4,21	0,72	-276,25	4
	b_1	-32,65680	2,3097	-14,14	< 0,0001					
3.004	b_0	3,13814	0,3732	8,41	< 0,0001	-0,010	2,21	0,62	-331,32	6
	b_1	0,46048	0,0321	14,36	< 0,0001					
3.012	b_0	2,34837	0,3972	5,91	< 0,0001	-0,004	3,39	0,50	-389,73	6
	b_1	0,54903	0,0439	12,50	< 0,0001					

donde: P = parámetros, EP = estimadores de los parámetros, EE = error estándar, Pr > |t| = nivel de significancia para los parámetros estimados, \bar{e} = sesgo, REMC = raíz del error medio cuadrático, R²_{adj} = coeficiente de determinación ajustado, Loglik = logaritmos de verosimilitud, Ec = ecuaciones.

Cuadro 4. Estadísticos de ajuste y estimadores de los parámetros del modelo de Schumacher 8.
Fit statistics and estimators of the parameters of the Schumacher model 8.

UMAFOR	P	EP	EE	Valor t	Aprox Pr> t	Estadísticos de bondad de ajuste			
						\bar{e}	REMC	R ² _{adj}	Loglik
1.203	b_0	12,25929	1,1893	10,31	< 0,0001	0,00088	0,007	0,78	-17,79
	b_1	-113,91100	5,4167	-21,03	< 0,0001				
1.303	b_0	12,65038	1,0446	12,11	< 0,0001	0,00003	0,009	0,761	-112,24
	b_1	-95,54700	4,3126	-22,16	< 0,0001				
1.404	b_0	23,48112	3,5050	6,70	< 0,0001	0,00089	0,009	0,88	-25,89
	b_1	-136,03900	9,2119	-14,77	< 0,0001				
1.406	b_0	14,06317	1,6285	8,64	< 0,0001	0,00001	0,008	0,86	-26,48
	b_1	-100,38300	6,6718	-15,05	< 0,0001				
1.410	b_0	19,34095	2,8330	6,83	< 0,0001	0,00068	0,008	0,87	-24,46
	b_1	-130,34400	9,2384	-14,11	< 0,0001				
1.503	b_0	44,56212	4,0366	11,04	< 0,0001	0,00143	0,012	0,91	-116,50
	b_1	-161,85800	6,7231	-24,07	< 0,0001				
1.507	b_0	42,10867	3,9008	10,79	< 0,0001	0,00107	0,009	0,93	-65,56
	b_1	-173,51300	7,5005	-23,13	< 0,0001				
1.508	b_1	27,15775	2,3335	11,64	< 0,0001	0,00095	0,012	0,86	-141,21
	b_0	-138,53300	6,1248	-22,62	< 0,0001				
1.509	b_0	20,20659	2,6343	7,67	< 0,0001	0,00076	0,011	0,74	-101,28
	b_1	-132,72300	8,1578	-16,27	< 0,0001				
1.510	b_0	17,69723	1,8846	9,39	< 0,0001	0,00161	0,009	0,82	-55,61
	b_1	-133,02400	6,9039	-19,27	< 0,0001				
1.604	b_0	25,97575	2,7344	9,50	< 0,0001	0,00071	0,009	0,84	-94,88
	b_1	-140,88400	6,3904	-22,05	< 0,0001				
1.605	b_0	23,66046	3,0578	7,74	< 0,0001	0,00097	0,009	0,81	-56,75
	b_1	-138,60400	7,4436	-18,62	< 0,0001				
1.608	b_1	29,95835	2,9617	10,12	< 0,0001	0,00074	0,012	0,80	-116,14
	b_0	-148,83200	6,7414	-22,08	< 0,0001				
2.101	b_0	43,50217	3,7275	11,67	< 0,0001	0,00261	0,010	0,91	-103,18
	b_1	-182,16500	6,8213	-26,71	< 0,0001				
2.105	b_0	30,07341	2,5216	11,93	< 0,0001	0,00172	0,009	0,87	-113,98
	b_1	-162,16000	6,4306	-25,22	< 0,0001				
2.108	b_0	34,97808	3,0495	11,47	< 0,0001	0,00130	0,008	0,90	-104,26
	b_1	-180,49500	6,8717	-26,27	< 0,0001				
2.901	b_0	21,91730	2,1176	10,35	< 0,0001	0,00059	0,007	0,84	-30,14
	b_1	-139,65200	5,5470	-25,18	< 0,0001				
2.902	b_1	14,78293	1,7344	8,52	< 0,0001	0,00047	0,009	0,84	-39,56
	b_0	-114,92600	6,4558	-17,80	< 0,0001				
3.004	b_0	5,09974	0,4152	12,28	< 0,0001	0,00013	0,004	0,82	78,407
	b_1	-79,37120	3,4230	-23,19	< 0,0001				
3.012	b_0	21,55859	2,3543	9,16	< 0,0001	0,00119	0,007	0,80	-33,36
	b_1	-143,69300	5,9122	-24,30	< 0,0001				

donde: P = parámetros, EP = estimadores de los parámetros, EE = error estándar, Pr > |t| = nivel de significancia para los parámetros estimados, \bar{e} = sesgo, REMC = raíz del error medio cuadrático, R²_{adj} = coeficiente de determinación ajustado, Loglik = logaritmos de verosimilitud.

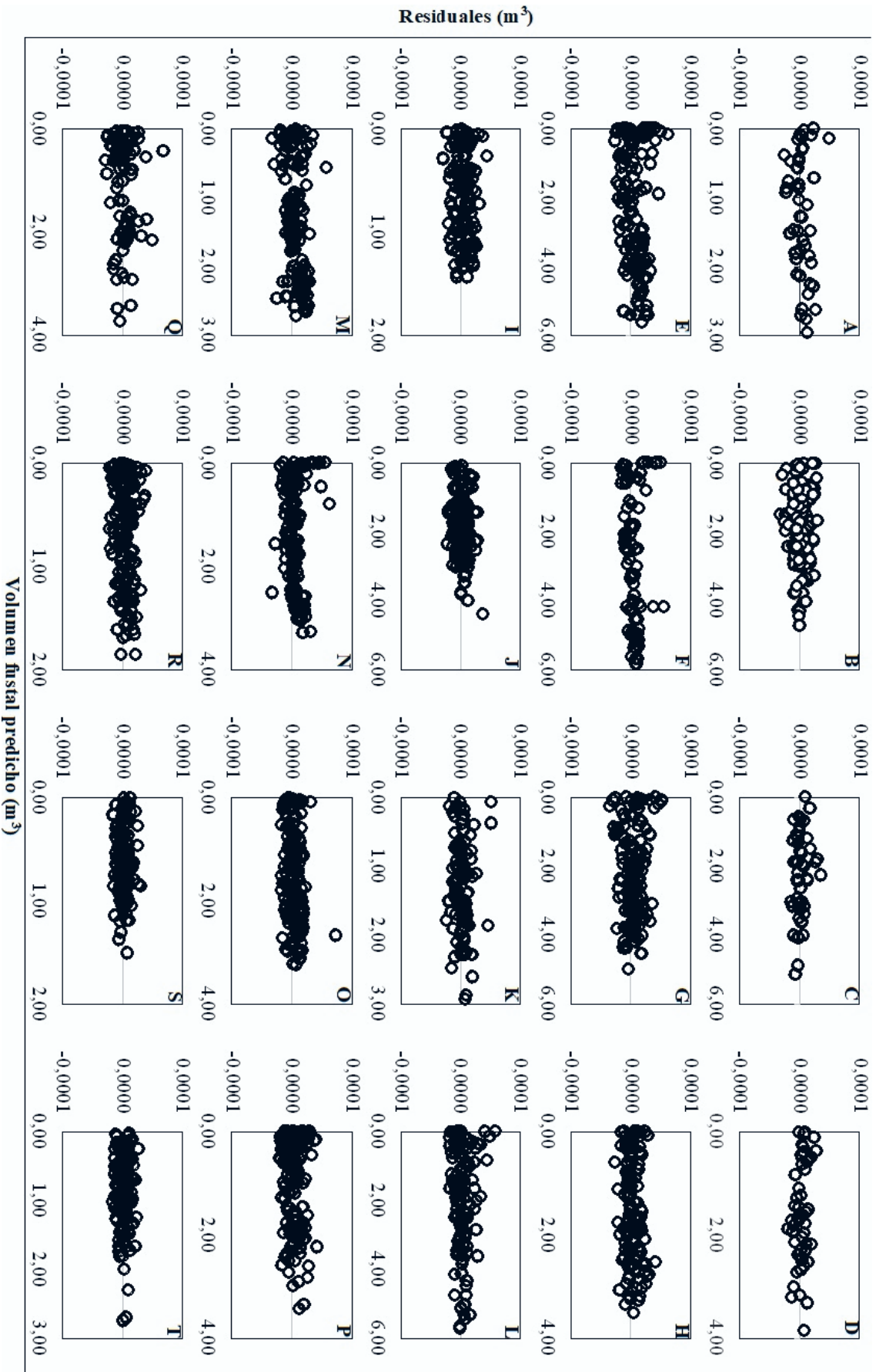


Figura 2. Volumen fustal predicho vs residuales, donde: A = 1.203, B = 1.303, C = 1.404, D = 1.406, E = 1.410, F = 1.503, G = 1.507, H = 1.508, I = 1.509, J = 1.510, K = 1.604, L = 1.605, M = 1.608, N = 2.101, O = 2.105, P = 2.108, Q = 2.901, R = 2.902, S = 3.004, T = 3.012.

Predicted forest volume vs. residuals, where: A = 1.203, B = 1.303, C = 1.404, D = 1.406, E = 1.410, F = 1.503, G = 1.507, H = 1.508, I = 1.509, J = 1.510, K = 1.604, L = 1.605, M = 1.608, N = 2.101, O = 2.105, P = 2.108, Q = 2.901, R = 2.902, S = 3.004, T = 3.012.

Sakici y Özdemir (2017) también sustenta estos resultados al obtener ganancias significativas en *Abies nordmanniana* Spach (REMC = 3,96 y 1,96 cm) y en *Fagus orientalis* Lipsky con coeficientes (R^2_{adj}) mayores al 95 % y una REMC de 3,62 a 1,96 cm, en diferentes dimensiones del tocón. Además, de proporcionar ganancias significativas en *Quercus petraea* (Matt.) Liebl. distribuidos en diferentes sitios y edades, con un R^2_{adj} entre 91 y 92 % en Turquía (Özdemir *et al.* 2020).

Otras regresiones no lineales han brindado confiabilidad para predecir los diámetros en especies tropicales con R^2_{adj} del 92 al 97 % sobre la variabilidad de datos, con REMC que van de 6,53 a 2,10 cm (García-Cuevas *et al.* 2017b). No obstante, Milios *et al.* (2016) con una ecuación de tipo cuadrática han evidenciado ajustes significativos de $R^2_{adj} > 92$ % y $REMC < 2$ cm para *Quercus frainetto* Ten. bajo diferentes rodales en Grecia.

En otros estudios, las funciones lineales han estimado adecuadamente los datos, dado que no siempre las ecuaciones complejas predicen con mayor precisión, esto al ser más parsimonioso en su estructura; y prueba de ello se puede encontrar estudios de *Quercus laurina* Bonpl. con 90 % (Martínez-López y Acosta-Ramos 2014). De manera similar Quiñónez-Barraza *et al.* (2012) obtuvieron valores superiores a 95 % con referencia a los datos y errores (REMC) menores a 2,27 cm para diferentes especies de clima templado de México. Así mismo, Flores-Morales *et al.* (2019) obtuvieron estadísticos con $R^2_{adj} > 0,90$ y REMC de 2,23 cm, para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el sureste de Nuevo León, México.

Los valores que toman los estadísticos de bondad de ajuste están en función de la muestra representativa y de algunos factores (densidad, calidad de los datos, entre otros), tal como lo señalan García-Cuevas *et al.* (2016, 2017a) para la misma especie (*Abies religiosa*). Los resultados de este trabajo son aceptables al obtener valores desde 86 % a 98 % en R^2_{adj} de acuerdo con lo señalado por Gujarati (2004); sobre todo, por ser una ecuación biológicamente flexible al tener pocos parámetros, misma que facilita su aplicación.

Relación at-dt. Para la predicción de la altura total, en algunas UMAFORs se consideró el modelo de Schumacher exponencial (Schumacher 1939) y en otras la expresión alométrica (potencial o multiplicativo) con valores del R^2_{adj} entre 50, 72 y 86 % con raíz del error medio cuadrático (REMC) menores a 5,03 metros y sesgos que oscilan de 0,05 a -0,07 respectivamente.

A pesar de que algunos autores, como García-Cuevas *et al.* (2017a) han obtenido bondades de ajustes que explican un coeficiente (R^2_{adj}) de 93,5 %, con sesgos de 0,004 y REMC de 2,51 m para la misma especie (*A. religiosa*) y Martínez-López y Acosta-Ramos (2014), un R^2 de 97 % para *Quercus laurina* en Ixtlán, Oaxaca; y que son superiores a lo de esta investigación; no siempre es así dada las implicaciones de una serie de factores ambientales pues esta

variable (*at*) es más difícil de modelar (Diéguez-Aranda *et al.* 2003), teniendo en cuenta las condiciones de estructura vertical / horizontal que pueda tener el rodal (*i.e.* competencias de copas), sin desmeritar el hallazgo de este estudio.

Lo anterior, se puede constatar en los resultados para especies tropicales en Quintana Roo, México, al obtener valores hasta de 37 % con errores de 3,45 m (García-Cuevas *et al.* 2017b). Así como en las investigaciones de Quiñónez-Barraza *et al.* (2012), al seleccionar un modelo lineal que explica entre 47 y 72 % de la variabilidad de los datos observados, y REMC entre 3,28 a 2,46 m, para modelar *Pinus arizonica* Engelm., *P. ayacahuite* Ehrenb. ex Schltdl., *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham., y *Quercus sideroxylla* Bonpl. en Durango. A esto se suman las evidencias de Flores-Morales *et al.* (2019) al reportar estadísticos de $R^2_{adj} = 63$ % y REMC de 2,94 m para *P. pseudostrobus* Lindl. En Nuevo León, México con una función polinomial.

El modelo de altura-diámetro propuesto por Guzmán-Santiago *et al.* (2019), para la misma especie en distintas zonas de México, sin duda podrá complementarse con estos resultados para estudios posteriores, principalmente cuando se requiera hacer evaluaciones después del aprovechamiento.

Relación v-dt. Los resultados obtenidos en esta investigación mediante el modelo de Schumacher mostraron bondad de ajustes convincentes al corregir la heterocedasticidad, sobre todo en los sesgos ($< 0,0026$) y en la raíz del error (REMC = 0,00001 a 0,0026 m³), así como los coeficientes de determinación ajustados (R^2_{adj}) que explican de 74 a 93 %; siendo superior ligeramente en términos de sesgo (-0,019) y REMC (0,29 m³) en lo reportado por García-Cuevas *et al.* (2017a), aunque la variable explicó (R^2_{adj}) un 97,1 % con la ecuación alométrica.

Con este mismo modelo (alométrico), se obtuvieron valores de REMC entre 0,11 y 0,54 m³ y con coeficientes (R^2_{adj}) entre 86 y 93 % para estimaciones de ocho especies tropicales en Quintana Roo (García-Cuevas *et al.* 2017b), así como Corral-Rivas *et al.* (2007) al obtener un coeficiente de 91 % para cinco especies de coníferas en Durango; seguida por *Quercus laurina* con un 97 % (Martínez-López y Acosta-Ramos 2014). En el proceso de ajuste también es factible optar por un modelo de tipo logarítmico, tal como lo hicieron Quiñónez-Barraza *et al.* (2012) para cinco especies de clima templado en Durango, en donde obtuvieron una tasa de relación en coeficientes superiores al 90 %, con sus respectivos errores (REMC $< 0,22$ m³).

El modelo seleccionado cumple con la condición, de que cuando el modelo pasa por el origen, el volumen tiende a cero si la variable independiente es cero (Prodan *et al.* 1997) y al ser menos compleja y de cumplir con los supuestos de regresión generan ganancias significativas (Honorato-Salazar 2011, Barrios *et al.* 2014). Tal es el caso de Flores-Morales *et al.* (2019) donde obtuvieron resultados

favorables al hacer correcciones de heterocedasticidad para *P. pseudostrabus*.

Adicionalmente, estos resultados podrán relacionar con las ecuaciones propuestas por Guzmán-Santiago *et al.* (2020) para la misma especie en las diferentes entidades federativas de México. Además, esta información generada ($dt-dn$, h y v), es nueva y podrá incorporarse en la plataforma SiBiFor (2016) y ser de utilidad en el plan de manejo de los recursos forestales maderables en el área de distribución de la especie.

CONCLUSIONES

Con el ajuste estadístico de los datos, se determinó que existe una relación no lineal entre el diámetro del tocón y las variables estimadas de cada una de las UMAFORs y de esta manera servirá para reconstruir escenarios completos en áreas forestales después de una serie de eventos.

La ecuación alométrica fue ideal para describir el diámetro normal y la altura total en algunos casos, junto con el modelo de Schumacher en su versión exponencial para el mismo fin; mientras que, para el volumen se consideró ideal la expresión de Schumacher, una vez corregida la heterocedasticidad, y que finalmente se cumplió con la hipótesis planteada.

Estas ecuaciones ayudaran a planificar y tomar decisiones en las aplicaciones de los diferentes tratamientos silvícolas de la especie en estudio.

CONTRIBUCIÓN DE AUTORES

Los autores contribuyeron de la siguiente manera; JCGS interpretó los resultados y redactó el manuscrito; BVL proporcionó la información de campo; HMSP, MGC, RGC, JAHA y ABC revisaron la redacción del manuscrito.

FINANCIAMIENTO

Para esta actividad no se obtuvo ningún financiamiento de manera directa como tal, ya que el segundo colaborador proporcionó los datos (BVL).

AGRADECIMIENTO

El primer autor agradece al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por otorgar la beca de doctorado del 2017-2020 para el desarrollo de este manuscrito.

REFERENCIAS

Barrios-Trilleras A, AM López-Aguirre, VM Nieto-Rodríguez. 2014. Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal* 17(2): 137-149. DOI: <http://dx.doi.org/10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.2.a01>

- Corral-Rivas JJ, M Barrio-Anta, OA Aguirre-Calderón, U Diéguez-Aranda. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango, México. *Forestry* 80(1): 29-40. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpl048>
- Diéguez-Aranda U, M Barrio-Anta, F Castedo-Dorado, MA Balboa-Murias. 2003. Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 12(2): 131-139.
- Flores-Morales EA, OA Aguirre-Calderón, G Quiñónez-Barraza, MA González-Tagle, J Jiménez-Pérez. 2019. Estimación del diámetro normal, altura y volumen de *Pinus pseudostrabus* Lindl. en función del diámetro del tocón. *Revista mexicana de ciencias forestales* 10(55): 154-170. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i55.547>
- García-Cuevas X, V Herrera-Ávila, J Hernández-Ramos, JJ García-Magaña, A Hernández-Ramos. 2016. Ecuaciones para predecir el diámetro normal en función del diámetro del tocón para *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. et Cham. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 7(37): 95-104. Consultado el 01 Jul. 2023. Disponible en http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2007-11322016000500095&lng=es&tlng=es.
- García-Cuevas X, J Hernández-Ramos, J García-Magaña, A Hernández-Ramos, V Herrera-Ávila, A González-Peralta, EJ Garfias-Mota. 2017a. Predicción de diámetro normal, altura y volumen de *Abies religiosa* a partir del diámetro del tocón. *Madera y Bosques* 23(3): 61-70. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2017.2331528>
- García-Cuevas X, J Hernández-Ramos, A Hernández-Ramos, G Quiñónez-Barraza, JC Tamarit-Urías, GG García-Espinosa. 2017b. Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón en especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8(43): 90-116. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v8i43.67>
- Gujarati ND. 2004. *Econometría*. 4a ed. D.F, México. McGraw-Hill Interamericana Editores. 972 p. Consultado 12 feb. 2022. Disponible en: https://bibliotecadigital.uchile.cl/discovery/fulldisplay?vid=56UDC_INST:56UDC_INST&search_scope=MyInst_and_CI&tab=Everything&docid=alma991004062309703936&lang=es&context=L
- Guzmán-Santiago JC, OA Aguirre-Calderón, MA González-Tagle, EJ Treviño-Garza, J Jiménez-Pérez, B Vargas-Larreta, HM Santos-Posada. 2019. Relación altura-diámetro para *Abies religiosa* Kunth Schltdl. & Cham. en el centro y sur de México. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10(52): 100-120. DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v10i52.483>
- Guzmán-Santiago JC, OA Aguirre-Calderón, J Jiménez-Pérez, B Vargas-Larreta. 2020. Estimación de volumen de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en diferentes entidades federativas de México. *Colombia Forestal* 23(2): 99-113. DOI: <https://doi.org/10.14483/2256201X.15557>
- Harvey AC. 1976. Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 44(3): 46-465. DOI: <https://doi.org/10.2307/1913974>
- Honorato-Salazar JA. 2011. Modelos volumétricos fustales para *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn. en plantaciones

- agroforestales de la Sierra Norte de Puebla. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 2(6): 55-71.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, MX). 2017. Conjunto de datos vectoriales de uso de suelo y vegetación. Escala 1:250000. Serie VI (Capa Unión). Consultado 20 may. 2022. Disponible en: <https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=889463173359>
- Martínez-López J, A Acosta-Ramos. 2014. Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina*, en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques* 20(1): 59-70.
- Milios E, KG Kitikidou, V Dalakouras, E Pipinis. 2016. Diameter at Breast Height Estimated From Stumps in *Quercus Frainetto* in the Region of Evros in Northeastern Greece. *Cerne* 22(3): 337-344. DOI: <https://doi.org/10.1590/01047760201622032193>
- Özdemir E, A Şahin, GA Özdemir. 2020. Kuzey Marmara Yöresi sapsız meşe (*Quercus petraea* (Matt.) Liebl) meşcereleri için kütük çapı-göğüs çapı ilişkisinin belirlenmesi. *Turkish Journal of Forestry* 21(1): 25-34.
- Prodan M, R Peters, F Cox, P Real. 1997. Mensura forestal. Serie de investigación y evaluación en desarrollo sostenible. San José, Costa Rica. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA), GTZ. San José, Costa Rica. 561 p.
- Quiñónez-Barraza G, F Cruz-Cobos, B Vargas-Larreta, FJ Hernández. 2012. Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3(9): 23-39.
- Şahin A, AKahriman, AGöktürk. 2019. Estimating diameter at breast height (DBH) from diameter at stump height (DST) in triple mixed stands in the region of Artvin in Turkey. *Forestist* 69 (1): 61-67. DOI: <https://doi.org/10.26650/forestist.2019.18003>
- Sakici OE, G Özdemir. 2017. Stump Diameter and Diameter at Breast Height Relationships for Oriental Beech and Kazdağı Fir at Mixed Stands in Karabük. *Kastamonu University Journal of Forestry Faculty* 17(2): 298-306. DOI: <https://doi.org/10.17475/kastorman.298713>
- SEMARNAT (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, MX). 2016. Anuario estadístico de la producción forestal. Consultado 15 abr. 2022. Disponible en: <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/282951/2016.pdf>
- Schumacher FX. 1939. A new growth curve and its application to timber-yield studies. *Journal of Forestry* 37: 819-820.
- SiBiFor (Sistema Biométrico Forestal, MX). 2016. Biblioteca digital del sistema biométrico para la planeación del manejo forestal sustentable de los ecosistemas con potencial maderable en México. Consultado 12 feb. 2022. Disponible en: <http://fcfposgrado.ujed.mx/sibifor/inicio/buscar.php>
- Statistical Analysis Systems (SAS). 2008. User's Guide. SAS Institute Inc. Raleigh, NC. USA.
- Zamudio-Sánchez, EJ Treviño-Garza, M Martínez-Salvador, CG Aguirre-Calderón. 2017. SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 23(3): 437-455. Consultado el 23 May. 2023. Disponible en <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=62952582003>

Recibido: 17.08.22

Aceptado: 23.05.23

