

Sistema volumétrico para *Picea chihuahuana*, *Abies durangensis* y *Pseudotsuga menziesii* en el noroeste de México

Volume system for *Picea chihuahuana*, *Abies durangensis* and *Pseudotsuga menziesii* in northwestern Mexico

Francisco Javier Quiñones Hernández ^a , Gabriel Graciano-Ávila ^b ,
Carlos Enrique Aguirre-Calderón ^c , Benedicto Vargas-Larreta ^{c*} 

^a Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de El Salto, Programa de Maestría, Colonia La Forestal, El Salto, Durango, México.

^b Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de El Salto, Programa de postdoctorado, Colonia La Forestal, El Salto, Durango, México.

* Autor de correspondencia: ^c Tecnológico Nacional de México, Instituto Tecnológico de El Salto, Colonia La Forestal, El Salto, Durango, México, tel.: +52 6758760933, bvargas@itelsalto.edu.mx

RESUMEN

Picea chihuahuana, especie endémica del norte de México, está catalogada en peligro de extinción en la Lista Roja de la Unión Internacional para la Conservación de la Naturaleza y en la NOM-059-SEMARNAT-2010. *Pseudotsuga menziesii* tiene estatus de protección especial en la misma Norma, mientras que *Abies durangensis* enfrenta una alta presión antropogénica. Por lo anterior, es necesario contar con herramientas científicas para asegurar su conservación. El objetivo de este estudio fue desarrollar un sistema de ecuaciones compatibles para estimar volumen del fuste, ramas y total árbol con corteza, así como el volumen comercial de estas especies en el noroeste de México. Se midieron 100 árboles por especie mediante técnicas no destructivas, segmentando fuste y ramas. Se ajustaron nueve tarifas volumétricas para el volumen del fuste, así como diferentes formas de modelos lineales y no lineales para el volumen de ramas. Para garantizar additividad, los parámetros de las ecuaciones se estimaron simultáneamente con el procedimiento ITSUR, corrigiendo heterocedasticidad y autocorrelación mediante regresión ponderada y un modelo autorregresivo continuo de orden 2. Las ecuaciones explicaron más del 97 % de la variabilidad del diámetro a lo largo del fuste, 96 % del volumen comercial, 95 % del volumen total y 58 % del volumen de ramas. Las ecuaciones generadas son una nueva herramienta para analizar la distribución del volumen en árboles completos, contribuyendo al manejo, conservación y aprovechamiento sostenible de estas especies.

Palabras clave: tarifa volumétrica, muestreo no destructivo, modelo de Fang, modelo autorregresivo.

SUMMARY

Picea chihuahuana, an endemic species of northern Mexico, is classified as endangered on the Red List of the International Union for Conservation of Nature (IUCN) and NOM-059-SEMARNAT-2010. *Pseudotsuga menziesii* is listed under special protection in the same regulation, whereas *Abies durangensis* faces significant anthropogenic pressure. This study aimed to develop a compatible equation system to estimate stem volume, branch volume, total tree volume with bark, and merchantable volume for these species in northwestern Mexico. A total of 100 trees per species were measured using non-destructive techniques to segment stems and branches. Nine volume equations were fitted for stem volume, as well as several linear and nonlinear models for branch volume. To ensure additivity, the parameters of the equations were simultaneously estimated using the ITSUR procedure, addressing heteroscedasticity and autocorrelation using weighted regression and a second-order continuous autoregressive model. The equations explained over 97 % of the variability in diameter along the stem, 96 % of the merchantable volume at different stem heights, 95 % of the total volume, and 58 % of the branch volume. The developed equations provide a novel tool for analyzing the total tree volume distribution, supporting the management, conservation, and sustainable use of these species.

Keywords: volumetric equation, non-destructive sampling, Fang model, regression.

INTRODUCCIÓN

El manejo forestal depende, en gran medida, del volumen de los árboles individuales y de los rodales, ya sean

parte de bosques naturales o de plantaciones forestales. En ese contexto, las ecuaciones de volumen desempeñan un papel crucial al estimar la cantidad de madera cosechada, las existencias volumétricas y el crecimiento en los eco-

sistemas forestales. Al utilizar ecuaciones de volumen, los propietarios forestales pueden calcular con precisión el valor de sus terrenos, teniendo en cuenta incluso las emisiones potenciales de carbono asociadas a los cambios en el uso del suelo. Este enfoque respalda el desarrollo de una gestión forestal efectiva y la implementación de estrategias de conservación (Diéguez-Aranda *et al.* 2009, Guzmán-Santiago *et al.* 2020).

En México, autores como Vargas-Larreta *et al.* (2017), han generado ecuaciones para una gran cantidad de especies forestales de climas templados y tropicales, las cuales se han desarrollado empleando métodos destructivos que implican el derribo y troceo de árboles. Sin embargo, algunas especies de interés para la conservación, como *Picea chihuahuana* Martínez y *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco, aún no cuentan ecuaciones de volumen o biomasa, debido a que se encuentra enlistadas en la NOM-059-SEMARNAT-2010, por lo que su derribo está prohibido por la ley (SEMARNAT 2019).

En muchos casos, es esencial no solo conocer el volumen total de madera, sino también la fracción de dicho volumen destinada a diversos destinos comerciales, como desenrollo, aserrado o trituración (Diéguez-Aranda *et al.* 2009). Para llevar a cabo esta clasificación de la madera por destinos, se recurre comúnmente a las funciones de perfil, las cuales se fundamentan en el ajuste de ecuaciones que describen la variación del diámetro a lo largo del fuste del árbol, caracterizando así su forma (Kozak 2004). La integración de la función de perfil desde el suelo hasta cualquier altura proporciona una estimación precisa del volumen maderable hasta dicho punto sobre el fuste. La ventaja distintiva de estas herramientas radica en que, al clasificar la madera por destinos comerciales, posibilitan una valoración económica de la producción de manera mucho más precisa en comparación con las tarifas clásicas, las cuales únicamente determinan el valor total del volumen.

Picea chihuahuana tiene una distribución geográfica limitada a la Sierra Madre Occidental, específicamente en los estados de Durango y Chihuahua. Esta especie endémica se desarrolla en poblaciones reducidas, adaptándose a altitudes comprendidas entre 2.150 y 2.990 m s.n.m. Actualmente, se encuentra catalogada como en peligro de extinción en la Lista Roja de la Unión Internacional para la Conservación de la Naturaleza (IUCN) y la Norma Oficial Mexicana 059-SEMARNAT-2010 (SEMARNAT 2019). Este estatus crítico se atribuye a la marcada disminución de las áreas de distribución y el tamaño poblacional en el territorio nacional, factores que amenazan gravemente su supervivencia. Entre las causas de su situación actual se incluyen el aislamiento geográfico de las poblaciones, la reproducción irregular derivada de la distribución heterogénea de edades en la población, la escasa regeneración natural, la tala ilegal con fines maderos y la extracción clandestina de árboles jóvenes o de las puntas de árboles para su uso como árboles de navidad (Aguilar-Soto *et al.* 2015).

Por otra parte, los bosques de *Abies* se encuentran típicamente asociados a climas fríos y húmedos, distribuyéndose predominantemente en el hemisferio norte. La diversidad de este género se refleja en la presencia de 57 especies a nivel mundial, de las cuales ocho se distribuyen en México, incluyendo *Abies durangensis* Martínez, *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. y Cham. y *Abies vejarii* Martínez. De estas, *A. durangensis* se distribuye en el noroeste de los estados de Chihuahua y Durango, aunque se ha reportado en un sitio aislado en Jalisco (Farjon y Filer 2013). Crece en cañones creando bosques puros, aunque frecuentemente se presenta en rodales mezclados, comúnmente asociado con *Pinus strobus* Engelm, *Pinus durangensis* Martínez y *Pinus cooperi* C.E.Blanco. Cerca de El Salto, Durango, es un componente de los bosques de coníferas más ricos de la Sierra Madre Occidental, con hasta ocho especies y seis géneros en un mismo rodal (Farjon y Filer 2013). Los bosques de *Abies* enfrentan una notable presión, no solo debido a la tala ilegal, sino también a causa del impacto del ecoturismo. La disminución de su hábitat en México ha elevado considerablemente el riesgo de su supervivencia (SEMARNAT 2019).

Las especies del género *Pseudotsuga* forman extensos y continuos bosques en la región costera y cordilleras interiores de Canadá y Estados Unidos. No obstante, en el suroeste de este último país y en México, su distribución se caracteriza por ser discontinua y fragmentada (Farjon y Filer 2013). *Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco, es abundante e importante en el oeste de EE.UU. y Canadá (Hermann y Lavender 1999). Sin embargo, en México es escasa y se ha incluido como especie bajo protección especial en la NOM-059-SEMARNAT-2010 (SEMARNAT 2019), lo que prohíbe su aprovechamiento comercial. Aunque la Norma reconoce cuatro especies, estudios recientes indican que todas son *P. menziesii* (Reyes *et al.* 2006). En México, los árboles de *Pseudotsuga* se encuentran en poblaciones aisladas, frecuentemente mezclados y dominados por otras especies; crecen en forma natural principalmente en la porción norte de la Sierra Madre Occidental, en Chihuahua, Durango, Sonora y Zacatecas, y en la parte norte de la Sierra Madre Oriental en Nuevo León, Coahuila y Tamaulipas (Farjon y Filer 2013). Además, se encuentra en pequeños rodales en la parte oriental del Eje Neovolcánico, en el centro del país (Domínguez 2004), así como en el estado de Oaxaca, donde se localizan dos poblaciones (Del Castillo *et al.* 2004). Aunque no hay un recuento preciso de las poblaciones naturales de *P. menziesii*, se han reportado alteraciones en ellas por el cambio de uso de suelo, el sobrepastoreo, la tala clandestina, la colecta de germoplasma y las plagas, mismas que reducen la cantidad de conos y semillas, y amenazan la permanencia de esta conífera (Velasco *et al.* 2007, Ventura *et al.* 2010).

En el norte de México, estas tres especies presentan una distribución geográfica muy restringida, lo que las expone a la amenaza de una disminución en su área de distribución debido a la intervención humana y los efectos del cambio climático (González-Elizondo y Wehenkel 2022).

Esta situación subraya la necesidad de generar información dasométrica sobre las tres especies con el objetivo de desarrollar estrategias de conservación, entre ellas, la inclusión de sus poblaciones en programas destinados a la conservación de especies prioritarias, la ejecución de medidas para prevenir y reducir la endogamia, la formulación de programas para la recuperación y conservación, la implementación de programas de monitoreo forestal y la aplicación de métodos de extracción forestal selectiva en áreas con presencia de las especies.

La eventual pérdida de poblaciones y el declive en el área de distribución de *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii* no solo conllevaría a la extinción de un significativo patrimonio genético, ecológico, biogeográfico y evolutivo, sino que también implicaría la desaparición de especies asociadas y la pérdida de servicios ambientales esenciales, tales como la producción de agua, oxígeno, aire puro, retención de suelo y regulación climática.

El objetivo de este estudio fue desarrollar, a partir de técnicas de muestreo no destructivas, el primer sistema compatible de ecuaciones para estimar volumen y para describir el perfil del fuste de árboles de *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii* en el noroeste de México.

MÉTODOS

Área de estudio. El estudio se llevó a cabo en la Unidad de Manejo Forestal Regional (UMAFOR) 1008 “El Salto”, localizada al suroeste del estado de Durango, en las coordenadas geográficas 23° 06' 59" y 24° 11' 38" N y 105° 55' 56" y 105° 10' 31" O. La vegetación está compuesta por bosque de pino, pino-encino, encino y encino-pino, principalmente. Las precipitaciones son de 800 a 1.200 mm anuales y la temperatura es de 18 °C. Predominan los climas

templado subhúmedo, semicálido subhúmedo y semifriό subhúmedo (INEGI 2017).

Selección y tamaño de muestra. Se midieron 100 árboles de cada especie, seleccionados de forma que representaran la variedad de tamaños y condiciones de crecimiento. La medición se realizó segmentando los árboles desde la base hasta la punta. Los diámetros se midieron a alturas de 0,10, 0,40, 0,90 y 1,30 m con cinta diamétrica, y luego en secciones de 1 m hasta la altura total (figura 1). En el muestreo se incluyeron las ramas con un diámetro basal \geq 5 cm (medidas con cinta diamétrica y longímetro), mientras que las ramas menores a este umbral se descartaron debido a que su contribución al volumen total se considera despreciable (Abbot *et al.* 1997).

Las secciones de los árboles se cubicaron mediante la fórmula de Smalian, mientras que la punta se cubicó como un cono. El volumen total del árbol se calculó sumando los volúmenes de las secciones y las ramas. De cada árbol se registraron datos de diámetro normal con corteza (D , en cm), altura total (H , en m), altura del tocón ($htoc$, en m) y diámetros (di , en cm) a diversas alturas (hi , en m). Además, se calculó el volumen comercial (vi , en m^3) a un diámetro específico en punta delgada (di), el volumen total del árbol (vta , en m^3), el diámetro relativo ($drel = di/D$) y la altura relativa ($hrel = hi/H$). El cuadro 1 resume las estadísticas descriptivas de las variables medidas.

Con el propósito de identificar potenciales valores atípicos, se realizó un ajuste local cuadrático no paramétrico (Bi 2000) con un factor de suavizado establecido en 0,3 mediante el procedimiento LOESS de SAS/STAT (SAS Institute 2009). Los datos atípicos identificados constituyeron el 0,005 % del conjunto total de mediciones del fuste y fueron excluidos de análisis subsecuentes (Figura 2).

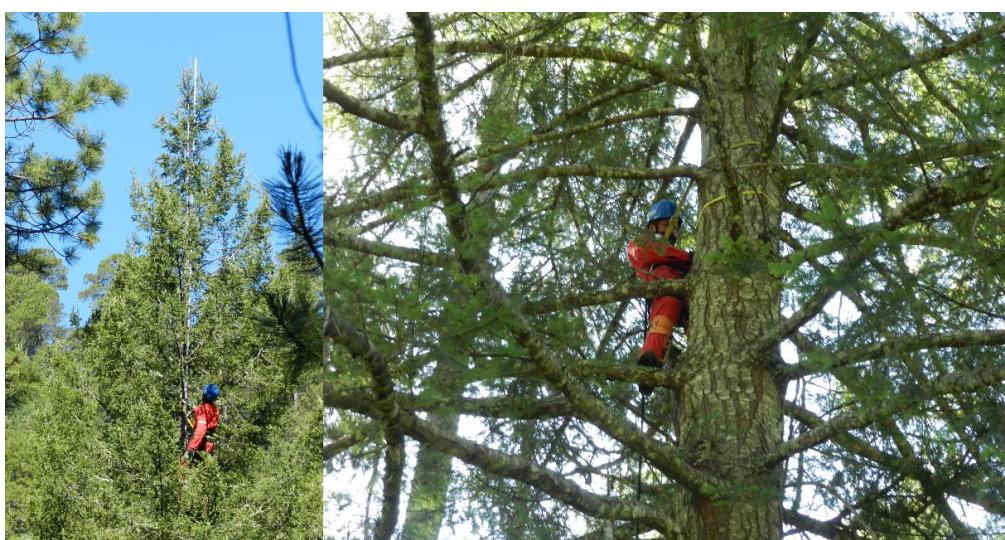


Figura 1. Ilustración del procedimiento en campo para la toma de datos.

Illustration of the field procedure for data collection.

Cuadro 1. Estadísticas descriptivas de las variables registradas de cada especie.

Descriptive statistics of the variables recorded for each species.

Especie	n	Variable	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Std
<i>P. chihuahuana</i>	100	D	10,8	108,3	36,8	19,5
		H	6,0	39,5	20,1	9,4
		v_r	0,0	0,13	0,03	0,02
		v_t	0,03	9,27	1,34	1,78
<i>A. durangensis</i>	100	D	11,5	83,9	35,6	15,7
		H	7,5	39,3	21,5	7,4
		v_r	0,0	0,12	0,03	0,01
		v_t	0,04	8,01	1,43	1,39
<i>P. menziesii</i>	100	D	10,0	99,6	30,7	16,3
		H	7,7	35,8	19,4	6,7
		v_r	0,0	0,3	0,04	0,06
		v_t	0,03	7,34	1,01	1,34

donde: D = diámetro normal a 1,30 m (cm); H = altura total (m); v_r = volumen de ramas (m^3), v_t = volumen total (m^3), n= número de observaciones; Desv. Std. = desviación estándar.

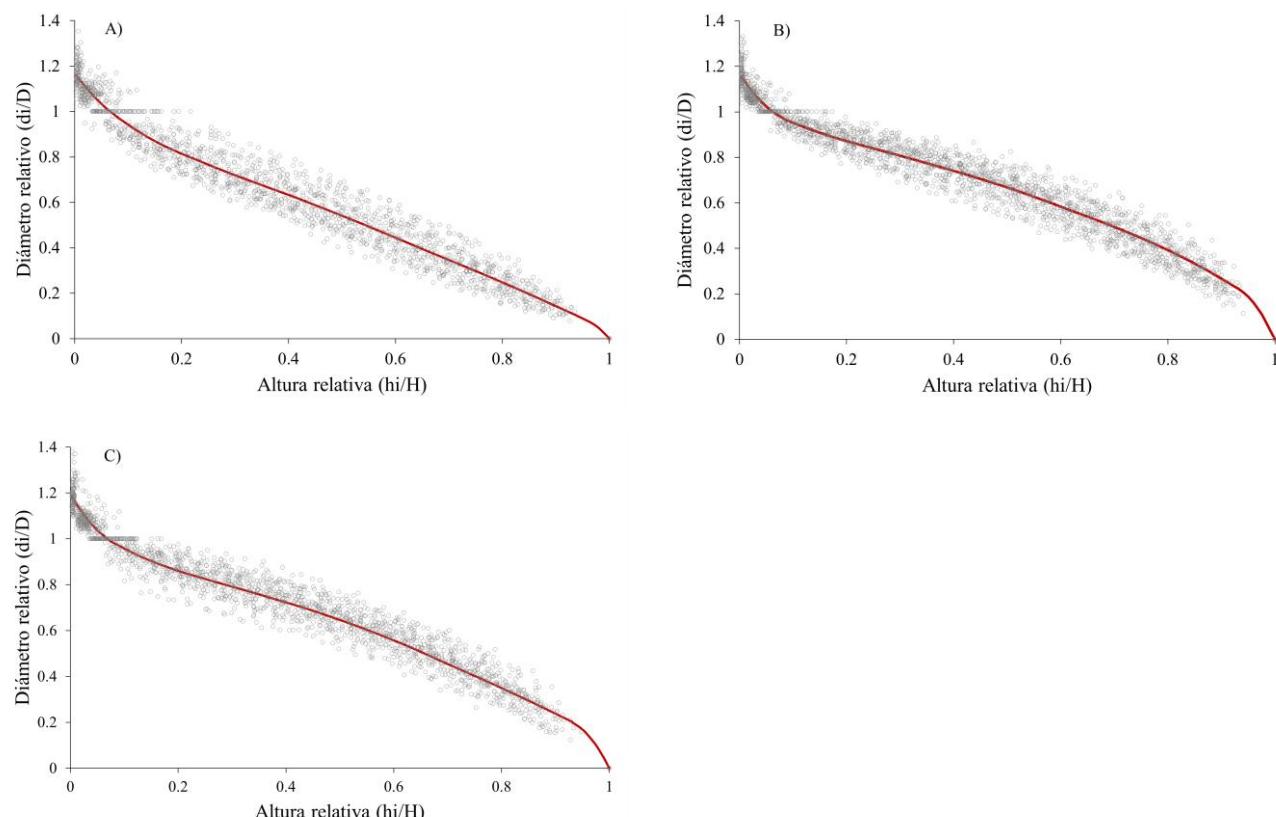


Figura 2. Puntos de datos de altura relativa y diámetro relativo con un ajuste local cuadrático no paramétrico y un factor de suavizado de 0,3. A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

Relative height and relative diameter data points with a nonparametric local quadratic fit and a smoothing factor set to 0.3. A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

Sistema compatible ahusamiento-volumen. En una fase preliminar, se evaluaron los modelos del cuadro 2 para estimar el volumen del fuste, seleccionándose el modelo de Schumacher-Hall (1933) como el mejor e integrándolo como ecuación de volumen total en la función compatible ahusamiento-volumen.

Posteriormente, se ajustaron modelos lineales y no lineales mediante mínimos cuadrados para estimar el volumen de las ramas (v_r), utilizando el diámetro (D) y la altura (H) como variables independientes. Los mejores resultados se obtuvieron al emplear únicamente D como variable predictora, por lo que el sistema compatible quedó integrado por las ecuaciones [1], [2] y [3]:

$$v_{cc} = a_0 \cdot D^{a_1} \cdot H^{a_2} \quad [1]$$

$$v_r = c_0 \cdot D^2 \quad [2]$$

$$v_t = v_{cc} + v_r = a_0 \cdot D^{a_1} \cdot H^{a_2} + c_0 \cdot D^2 \quad [3]$$

En el siguiente paso, el sistema de ecuaciones compatibles de volumen se ajustó garantizando el cumplimiento de la condición de aditividad, asegurando que el volumen total del árbol (v_t) sea igual a la suma de los volúmenes del fuste (v_{cc}) y las ramas (v_r) Diéguez-Aranda *et al.* (2006). Posteriormente, se ajustó el ahusamiento mediante el modelo exponencial-segmentado de Fang *et al.* (2000), que considera las tres secciones del tronco (neiloide, paraboloide y cono) con un factor de forma variable. La ecuación [4] relaciona el diámetro con corteza (d_{cc} , cm) con la altura (hi , m) a la que se localiza dicho diámetro con corteza. Esta función de perfil ha

demonstrado ser eficiente en la descripción del perfil del fuste en diversas especies forestales (López-Martínez *et al.* 2020).

$$d_{cc} = c_1 \cdot \sqrt{H^{(k-b_1)/b_1} \cdot (1-q)^{(k-\beta)/\beta} \cdot \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}}$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{a_0 D^{a_1} H^{a_2 - \frac{k}{b_1}}}{b_1 \cdot (r_0 - r_1) + b_2(r_1 - \alpha_1 r_2) + b_3 \alpha_1 r_2}} \quad [4]$$

$$\beta = b_1^{1-(I_1+I_2)} \cdot b_2^{I_1} b_3^{I_2}$$

$$\alpha_1 = (1-p_1)^{\frac{(b_2-b_1)k}{b_1 b_2}}$$

$$\alpha_2 = (1-p_2)^{\frac{(b_3-b_2)k}{b_2 b_3}}$$

$$r_0 = (1-h_{toc}/H)^{k/b_1} \quad r_1 = (1-p_1)^{k/b_1}$$

$$r_2 = (1-p_2)^{k/b_2}$$

$I_1 = 1$ if $p_1 \leq q \leq p_2$; 0 en caso contrario.

$I_2 = 1$ if $p_2 \leq q \leq 1$; 0 en caso contrario.

donde d_{cc} es el diámetro a una determinada altura sobre el fuste; p_1 y p_2 representan las alturas relativas sobre el suelo donde se localizan los dos puntos de inflexión del modelo que dividen el fuste en tres secciones con distintos factores de forma b_i ; $q = hi/H$; $k = \pi/40000$; h_{toc} es la altura del tocón (m) y a_0-a_2, b_1-b_3, p_1 y p_2 son los parámetros a ser estimados en el ajuste del modelo.

El modelo de Fang *et al.* (2000) incluye una ecuación de volumen comercial (v_t) (ecuación [5]) y otra de volu-

Cuadro 2. Expresión matemática de las ecuaciones de volumen ajustadas.

Mathematical expression of the volume equations fitted.

Nombre	Expresión	
Schumacher-Hall	$v_{cc} = a_0 \cdot D^{a_1} \cdot H^{a_2}$	a.1
Spurr	$v_{cc} = a_0 \cdot D^2 \cdot H$	a.2
Spurr potencial	$v_{cc} = a_0 \cdot (D \cdot H)^{a_1}$	a.3
Spurr con término independiente	$v_{cc} = a_0 + a_1 \cdot D^2 \cdot H$	a.4
Variable combinada generalizada incompleta	$v_{cc} = a_0 + a_1 \cdot H + a_2 \cdot D^2 \cdot H$	a.5
Variable combinada generalizada completa	$v_{cc} = a_0 + a_1 \cdot D^2 + a_2 \cdot H + a_3 \cdot D^2 \cdot H$	a.6
Fórmula Australiana	$v_{cc} = a_0 + a_1 \cdot D^2 + a_2 \cdot D^2 \cdot H + a_3 \cdot H$	a.7
Honer	$v_{cc} = \frac{D^2}{a_0 + \frac{a_1}{H}}$	a.8
Newnham	$v_{cc} = a_0 + a_1 \cdot D^{a_2} + H^{a_3}$	a.9

donde: D = diámetro normal (cm), H = altura total (m), v_{cc} = volumen (m^3), a_i = parámetros a estimar.

men total del fuste (v_{cc}). La primera se obtiene integrando la función de perfil (ecuación [4]) hasta una altura (hi), y la segunda integrándola a lo largo de toda la total, lo cual debe ser consistente con el volumen obtenido con la ecuación [1].

$$vi_{cc} = c_1^2 \cdot h^{k/b_1} \cdot [b_1 r_0 + (I_1 + I_2)(b_2 - b_1)r_1 + I_2(b_3 - b_2)\alpha_1 r_2 - \beta(1 - q)^{k/\beta} \alpha_1^{I_1+I_2} \alpha_2^{I_2}] \quad [5]$$

El paso final consistió en ajustar simultáneamente el sistema de ecuaciones para garantizar la compatibilidad entre las estimaciones del volumen del fuste derivadas de la ecuación [1], y las obtenidas mediante la ecuación de volumen comercial (ecuación [5]), asegurando que $vi_{cc} = v_{cc}$ cuando $h_i = H$.

Ajuste del sistema de ecuaciones. Se exploraron tres estrategias de ajuste para el sistema de cubicación propuesto: (a) ajuste simultáneo de la función de perfil (ecuación [4]) y de la ecuación de volumen comercial (ecuación [5]), así como la estimación independiente del volumen de las ramas (ecuación [2]), para posteriormente usar los parámetros obtenidos en el cálculo de v_{cc} y v_t (ecuaciones [1] y [3]); (b) estimación simultánea de los parámetros de las ecuaciones de volumen del fuste, ramas y volumen total (ecuaciones [1], [2] y [3]), seguida de la sustitución de los parámetros a_0-a_2 en las de perfil y volumen comercial (ecuaciones [4] y [5]); los parámetros restantes (b_1-b_3, p_1 y p_2) se ajustaron posteriormente de manera independiente; y (c) estimación global de todos los parámetros del sistema, en el cual se ajustaron de manera simultánea todas las ecuaciones. El primer método presentó sesgos y errores estándar muy altos en la ecuación de volumen, mientras que con el tercer método no se logró la convergencia de los parámetros. Por ello, se seleccionó el segundo método como la opción de ajuste más adecuada para desarrollar el sistema de cubicación.

Corrección de la heterocedasticidad y autocorrelación. Para los modelos de volumen de fuste, ramas y total, la heterocedasticidad se corrigió mediante regresión ponderada, asignando un peso igual a la inversa de la varianza de cada observación (Parresol 1999). Los factores de ponderación considerados fueron $1/D^k$ para v_r (ecuación [2]) y $1/(D^2H)^k$ para v_{cc} (ecuación [1]) y v_t (ecuación [3]). Los valores de la constante k se optimizaron utilizando la metodología propuesta por Harvey (1976). Esta técnica implica emplear los errores del modelo ajustado sin pesos como variable dependiente en el modelo potencial de varianza del error.

Para el sistema de ahusamiento-volumen comercial, la corrección de la autocorrelación en los errores se llevó a cabo mediante mínimos cuadrados generalizados no lineales, donde se expandió el término del error mediante la inclusión de un modelo autorregresivo continuo de orden 2 [CAR(2)] (Zimmerman *et al.* 2001). En un modelo

autorregresivo continuo, la estructura del error se expresa de la siguiente manera (ecuación [6]):

$$e_{ij} = \sum_{k=1}^{k=x} l_k \rho_k^{h_{ij}-h_{ij-k}} e_{ij-k} + \varepsilon_{ij} \quad [6]$$

donde e_{ij} es el j -ésimo residuo ordinario del i -ésimo árbol, e_{ij-k} es el j -ésimo residuo ordinario del $i-k$ -ésimo árbol, $l_k = 1$ para $j > k$ y es cero para $j \leq k$; ρ_k es el parámetro autorregresivo de orden k a ser estimado, y $h_{ij}-h_{ij-k}$ es la distancia que separa la j -ésima - k -ésima observación dentro de cada árbol, cumpliendo la condición $h_{ij} > h_{ij-k}$; considerando ahora el término del error bajo la suposición de independencia. La estructura del error expresada en la ecuación anterior, se ajustó simultáneamente con la estructura de la media de la ecuación de ahusamiento desarrollada para cada especie. Este ajuste se realizó utilizando regresión iterativa aparentemente no relacionada (ITerated Seemingly Unrelated Regression, ITSUR), implementada a través del procedimiento MODEL de SAS/ETS® (SAS Institute 2009).

Evaluación de la bondad de ajuste. La evaluación del ajuste se llevó a cabo mediante el coeficiente de determinación estimado para regresión no lineal (R^2), la raíz del error medio cuadrático (REMC) y el sesgo promedio (\bar{E}) (ecuaciones [7], [8] y [9]).

$$R^2 = r_{y_i-\bar{y}_i}^2 \quad [7]$$

$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad [8]$$

$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad [9]$$

donde p = número de parámetros a estimar; n = tamaño de muestra; y_i = valores observados; \hat{y}_i = valores estimados; \bar{E} = valor promedio.

Adicionalmente, la idoneidad del desempeño de las ecuaciones fue examinada mediante el análisis de los residuos di a diferentes alturas relativas. Asimismo, se evaluó la evolución del sesgo y el REMC del volumen total y de ramas por categoría de diámetro.

RESULTADOS

Ecuación de volumen fustal. El cuadro 3 presenta los estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones ajustadas para estimar el volumen del fuste con corteza para las tres especies evaluadas. En todos los casos, la ecuación propuesta por Schumacher-Hall (1933) presentó ajustes superiores a las demás ecuaciones, por lo que fue seleccionada e incorporada como ecuación de volumen total en la ecuación compatible de ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000).

Cuadro 3. Estadísticos de bondad de ajuste de las ecuaciones ajustadas para estimar el volumen del fuste con corteza de cada especie.
Goodness-of-fit statistics of the fitted equations to estimate stem volume outside bark each species.

Especie	Ecuación	a_0	a_1	a_2	a_3	REMC	R ²	
<i>P. chihuahuana</i>	a.1	$6,72 \times 10^{-5}$	2,05634	0,66410		-0,0027	0,127	0,98
	a.2	$2,58 \times 10^{-5}$				0,0701	0,205	0,95
	a.3	$2,47 \times 10^{-5}$	1,55398			0,0395	0,261	0,96
	a.4	0,105584	$2,51 \times 10^{-5}$			$-9,6 \times 10^{-12}$	0,187	0,98
	a.5	-0,04376*	0,01015*	$2,40 \times 10^{-5}$		$-2,4 \times 10^{-11}$	0,179	0,98
	a.6	-0,07704*	0,00024	0,00513*	$1,84 \times 10^{-5}$	$2,1 \times 10^{-16}$	0,169	0,98
	a.7	-0,07704*	0,00024	$1,84 \times 10^{-5}$	0,00513*	$4,1 \times 10^{-16}$	0,166	0,98
	a.8	1115,011	-2,65812			-0,0429	0,294	0,96
	a.9	-0,01009*	$8,4 \times 10^{-5}$	1,95766	0,71995	$1,28 \times 10^{-6}$	0,168	0,97
<i>A. durangensis</i>	a.1	$7,47 \times 10^{-5}$	1,78464	1,01626		0,001	0,132	0,98
	a.2	$4,07 \times 10^{-5}$				0,001	0,174	0,97
	a.3	$2,48 \times 10^{-5}$	1,62229			-0,0081	0,276	0,93
	a.4	0,003482*	$4,06 \times 10^{-5}$			$6,84 \times 10^{-12}$	0,175	0,97
	a.5	0,136611*	-0,00819*	$4,15 \times 10^{-5}$		$-6,30 \times 10^{-12}$	0,173	0,97
	a.6	-0,07242*	0,00027	0,00157*	0,00003	$3,23 \times 10^{-17}$	0,167	0,97
	a.7	-0,07242*	0,00027	0,00003	0,00157*	$1,61 \times 10^{-17}$	0,166	0,97
	a.8	1033,814	-2,37472			0,0077	0,232	0,95
	a.9	-0,0058*	$6,97 \times 10^{-5}$	2,08039	0,72855	$1,55 \times 10^{-6}$	0,168	0,97
<i>P. menziesii</i>	a.1	$5,6 \times 10^{-5}$	1,73073	1,15956		0,0001	0,132	0,98
	a.2	$4,07 \times 10^{-5}$				$1,44 \times 10^{-3}$	0,174	0,97
	a.3	$2,48 \times 10^{-5}$	1,62229			$-8,71 \times 10^{-3}$	0,276	0,93
	a.4	0,003482*	$4,06 \times 10^{-5}$			$6,84 \times 10^{-12}$	0,175	0,97
	a.5	0,136611*	-0,00819*	$4,15 \times 10^{-5}$		$-6,30 \times 10^{-12}$	0,173	0,97
	a.6	-0,07242*	0,00027	0,00157*	0,00003	$3,23 \times 10^{-17}$	0,167	0,97
	a.7	-0,07242*	0,00027	0,00003	0,00157*	$1,61 \times 10^{-17}$	0,166	0,97
	a.8	1033,814	-2,37472			$7,08 \times 10^{-3}$	0,232	0,95
	a.9	-0,0058*	$6,97 \times 10^{-5}$	2,08039	0,72855	$1,55 \times 10^{-6}$	0,168	0,97

a.1: Schumacher-Hall, a.2: Spurr, a.3: Spurr potencial, a.4: Spurr con término independiente, a.5: Variable combinada generalizada incompleta, a.6: Variable combinada generalizada completa, a.7: Fórmula Australiana, a.8: Honer, a.9: Newnham.

Ecuación de volumen total. Previo al ajuste simultáneo, el sistema de ecuaciones se ajustó sin incorporar la expansión del término del error (ρ), con el propósito de considerar la autocorrelación, evidenciándose una clara tendencia en los residuos di_{cc} (Figura 3). Posterior a la corrección de la autocorrelación, dicha tendencia desapareció. En todos los casos, los parámetros obtenidos resultaron altamente significativos ($P < 0,0001$).

En el cuadro 4 se presentan los estadísticos de bondad de ajuste para la función de perfil y las ecuaciones de volumen del sistema compatible. Los valores del coeficiente de determinación (R^2) en las ecuaciones de volumen de ramas

osciló de 0,58 (*A. durangensis*) a 0,68 (*P. menziesii*). En contraste, las ecuaciones que predicen el volumen de fuste y volumen total presentaron coeficientes de determinación altos (superiores a 0,95 en todos los casos). La raíz del error medio cuadrático (REMC) evidenció un comportamiento lógico y aceptable en la estimación del volumen de todos los componentes estudiados (ramas: 0,015-0,033 m³; fuste: 0,169-0,202 m³; volumen total árbol: 0,177-0,213 m³).

En la Figura 4 se presentan los valores predichos de v_{cc} , v_r y v_t sobreestimados a los datos observados, donde se comprueba que las ecuaciones predicen de manera precisa cada tipo de volumen para las tres especies.

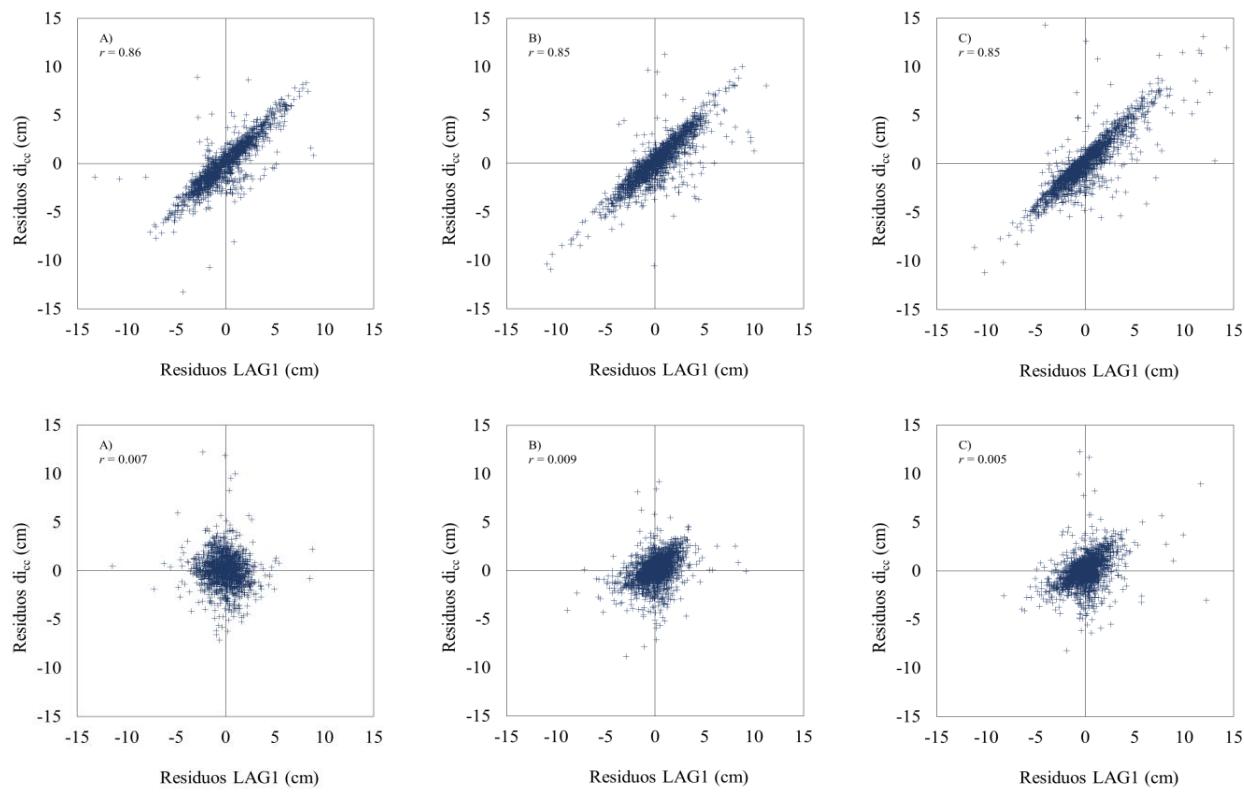


Figura 3. Residuos (di_{cc} , cm) contra residuos con un retraso (LAG1) (fila superior) obtenidos con el modelo de Fang *et al.* (2000) ajustado sin corregir la autocorrelación de los datos longitudinales, y con un modelo autorregresivo CAR2 (fila inferior); A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

Residuals (di_{cc} , cm) versus residuals with a lag (LAG1) (top row) obtained with the model of Fang *et al.* (2000) fitted without correcting autocorrelation of the longitudinal data, and with a CAR2 autoregressive model (bottom row); A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

Cuadro 4. Estadísticos de bondad de ajuste obtenidos en el ajuste simultáneo del sistema compatible de ecuaciones.

Goodness of fit statistics for the simultaneous fitting of the volume equations system.

Especie	Ecuación	Variable	E	REMC	R^2
<i>P. chihuahuana</i>	1	v_{cc}	-0,001	0,169	0,98
	2	v_r	-0,003	0,015	0,68
	3	v_t	-0,003	0,168	0,97
	4	di_{cc}	-0,004	1,44	0,98
	5	vi_{cc}	0,006	0,087	0,97
<i>A. durangensis</i>	1	v_{cc}	0,0025	0,202	0,97
	2	v_r	-0,002	0,019	0,58
	3	v_t	0,008	0,213	0,95
	4	di_{cc}	0,011	1,41	0,97
	5	vi_{cc}	0,009	0,093	0,96
<i>P. menziesii</i>	1	v_{cc}	0,012	0,187	0,98
	2	v_r	-0,002	0,033	0,68
	3	v_t	0,015	0,199	0,96
	4	di_{cc}	0,004	1,57	0,98
	5	vi_{cc}	0,006	0,092	0,97

di_{cc} =diámetro con corteza (cm); vi_{cc} =volumen comercial con corteza (m^3); v_{cc} =volumen del fuste (m^3), v_r =volumen de ramas (m^3) y v_t =volumen total árbol (m^3).

La evaluación visual del sesgo (Figura 5A, 5C) y la raíz del error medio cuadrático (Figura 5B, 5D) para el volumen total del árbol y el volumen de ramas por categoría de diámetro, indica que los errores derivados del sistema de ecuaciones aditivas de volumen no muestran tendencias de sobre o subestimación del volumen, ya que el sesgo se distribuye de manera homogénea alrededor de la línea del cero.

Por otra parte, las ecuaciones que integran el modelo de Fang *et al.* (2000) presentaron ajustes satisfactorios y un comportamiento biológicamente coherente, explicando entre 95 y 97 % de la variabilidad de los datos de diámetro y volumen con corteza a lo largo del fuste, respectivamente. Los parámetros y estadísticos de ajuste del sistema completo de ecuaciones se presentan en el Cuadro 5, donde se observa que todos los parámetros fueron altamente significativos ($P < 0,0001$). La precisión del sistema en la estimación del diámetro a lo largo del fuste (di_{cc}) osciló entre 1,41 cm (*P. chihuahuana*) y 1,57 cm (*P. menziesii*), mientras que en la estimación del volumen comercial la precisión varió de 0,082 m³ (*P. menziesii*) a 0,093 m³ (*A. durangensis*). En la Figura 6 se muestra el gráfico de los residuos di_{cc} frente a los diámetros di_{cc} observados obtenidos a partir de la función de ahusamiento. Los residuos

se distribuyen homogéneamente alrededor de la línea del cero, y los puntos no indican un aumento de la varianza de los errores con el tamaño del árbol.

Finalmente, la Figura 7 muestra el ajuste del modelo de Fang *et al.* (2000) para un árbol tipo de cada especie, así como la comparación entre especies de un árbol de las mismas dimensiones. En la figura se observa el buen comportamiento de la función de perfil al predecir el diámetro a lo largo del fuste. De igual manera destaca que el perfil del fuste de *A. durangensis* y *P. menziesii* es muy similar (Figura 7D).

DISCUSIÓN

Este estudio presenta un sistema de ecuaciones compatibles que incluye ecuaciones de volumen de fuste, ramas gruesas, volumen comercial, volumen total del árbol, y una función de ahusamiento para *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii* en el norte de México. A pesar de que existen ecuaciones de volumen para diversas de especies en los estados forestales más importantes de México (Vargas-Larreta *et al.* 2017), no se habían desarrollado para estas tres especies en el norte de México debido

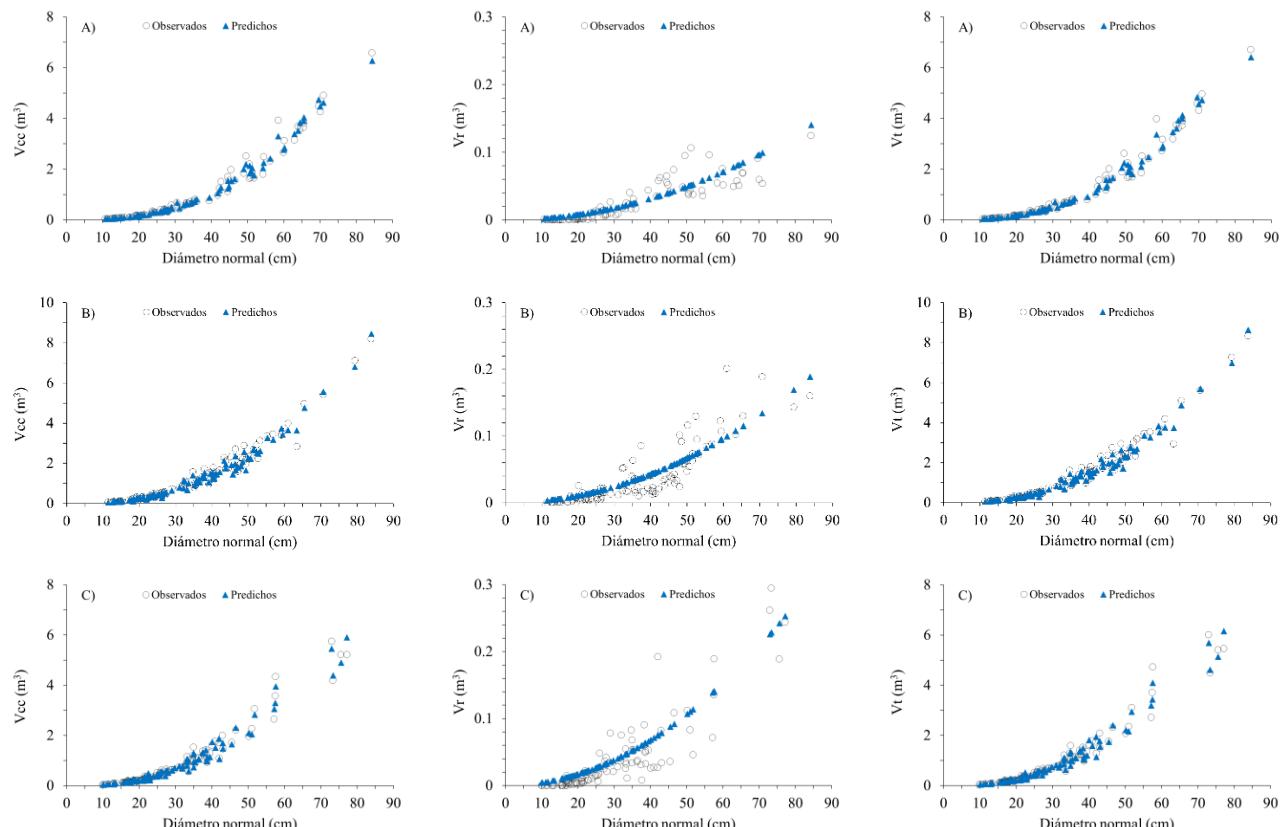


Figura 4. Valores observados y predichos de volumen del fuste (v_{cc}), volumen de ramas (v_r) y volumen total árbol (v_t); A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

Observed and predicted stem volume values (v_{cc}), branch volume (v_r) and total tree volume (v_t); A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

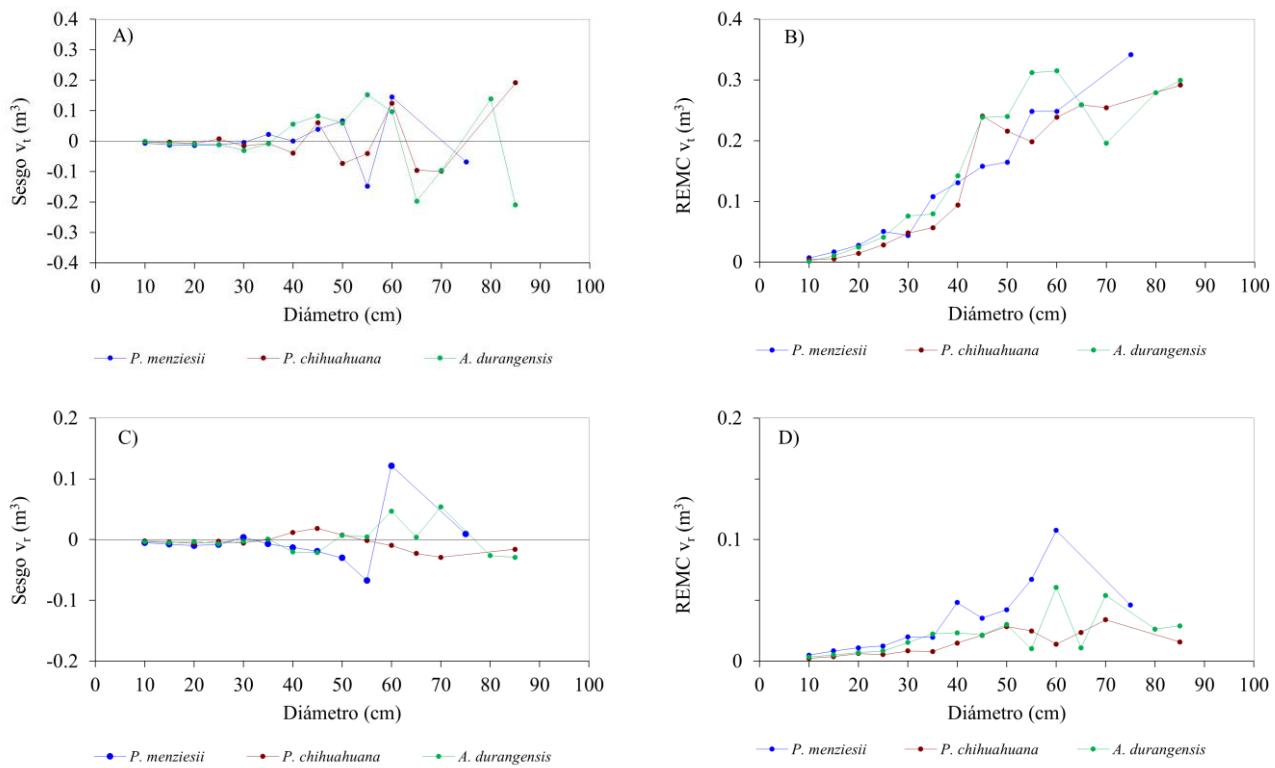


Figura 5. Evolución del sesgo (A) y la raíz del error medio cuadrático (B) por categoría diamétrica, obtenidos con las ecuaciones de volumen total árbol (fila superior) y volumen de ramas (fila inferior).

Bias and root mean square error evolution by diameter class, obtained with the equations of total tree volume (upper row) and branch volume (lower row).

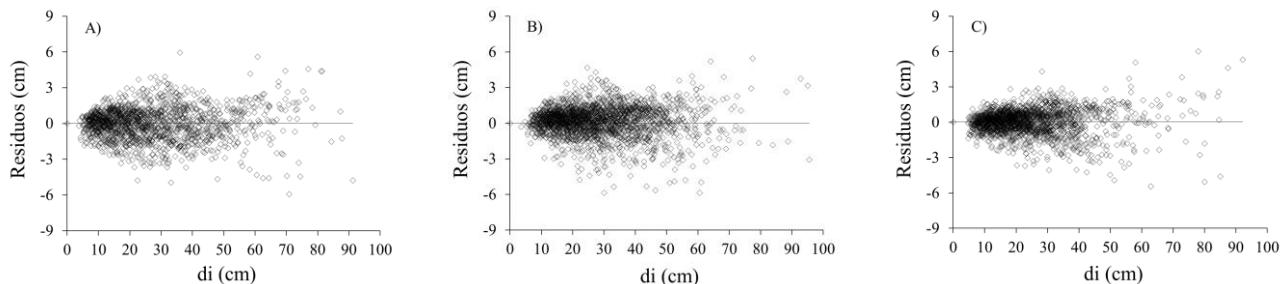


Figura 6. Residuos d_{cc} (cm) obtenidos con el modelo de Fang *et al.* (2000) contra di observados. A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

Residuals d_{cc} (cm) obtained with the model by Fang *et al.* (2000) versus observed d_i . A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*.

a la necesidad de utilizar muestreo destructivo. Aunque no se encontraron ecuaciones de volumen específicas para estas especies, se dispuso de estudios previos que reportan ecuaciones de volumen para especies de los mismos géneros.

Guzmán-Santiago *et al.* (2023) generaron ecuaciones de volumen del fuste a partir de las dimensiones del tocón para *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en ocho estados de México, con errores ($REMC$) entre 0,0001 y 0,0026 m^3 , y coeficientes de determinación (R^2) de 74 %

a 93 %. De igual manera, García-Cuevas *et al.* (2017) desarrollaron un modelo alométrico similar para la misma especie en Michoacán, México, logrando ajustes aceptables ($REMC = 0,29 m^3$, $R^2 = 0,97$). Aunque ambos estudios presentaron buenos resultados, los ajustes obtenidos en este trabajo son superiores, probablemente debido a que los datos de volumen utilizados previamente derivaban de ecuaciones ya existentes, introduciendo errores adicionales a los de la relación volumen-diametro del tocón ajustada por dichos autores. Por otro lado, Guzmán-Santiago *et*

Cuadro 5. Estimadores de los parámetros del sistema de ecuaciones compatibles estimados mediante el ajuste simultáneo.

Parameter estimates for the simultaneous fitting of the compatible taper-volume equation system.

Especie	Parámetro	Ecuación	Estimación	Error Std.	valor-t	Pr>t
<i>P. chihuahuana</i>	a_0	1, 3, 4, 5	$6,7 \times 10^{-5}$	0,0000	20,05	<0,0001
	a_1		2,05634	0,0281	69,08	<0,0001
	a_2		0,664102	0,0399	19,35	<0,0001
	b_1		$1,11 \times 10^{-5}$	0,0000	49,15	<0,0001
	b_2		$2,74 \times 10^{-5}$	0,0000	131,77	<0,0001
	b_3		$3,03 \times 10^{-5}$	0,0000	42,71	<0,0001
	p_1		0,078	0,0014	37,57	<0,0001
	p_2		0,644	0,0113	29,56	<0,0001
	δ_0		$1,97 \times 10^{-5}$	0,0000	26,76	<0,0001
	a_0		$7,5 \times 10^{-5}$	0,0000	25,28	<0,0001
<i>A. durangensis</i>	a_1	1, 3, 4, 5	1,78464	0,0395	45,99	<0,0001
	a_2		1,01626	0,0554	17,84	<0,0001
	b_1		$1,06 \times 10^{-5}$	0,0000	41,01	<0,0001
	b_2		$3,33 \times 10^{-5}$	0,0000	149,82	<0,0001
	b_3		$3,52 \times 10^{-5}$	0,0000	35,14	<0,0001
	p_1		0,066	0,0016	41,06	<0,0001
	p_2		0,745	0,0352	22,08	<0,0001
	δ_0		$2,68 \times 10^{-5}$	0,0000	9,52	<0,0001
	a_0		$5,6 \times 10^{-5}$	0,0000	9,34	<0,0001
	a_1		1,73073	0,0369	38,72	<0,0001
<i>P. menziesii</i>	a_2	1, 3, 4, 5	1,15956	0,0660	21,42	<0,0001
	b_1		$1,1 \times 10^{-5}$	0,0000	40,07	<0,0001
	b_2		$3,32 \times 10^{-5}$	0,0000	149,66	<0,0001
	b_3		$3,28 \times 10^{-5}$	0,0000	26,04	<0,0001
	p_1		0,075	0,0020	34,57	<0,0001
	p_2		0,729	0,0146	51,97	<0,0001
	δ_0		$4,24 \times 10^{-5}$	0,0000	24,66	<0,0001
	a_0					
	a_1					
	a_2					

al. (2020) utilizaron el modelo de Schumacher-Hall (1933) para estimar el volumen del fuste en *A. religiosa* en diferentes regiones de México, con valores de REMC entre 0,17 y 0,45 m³ y R^2 de 0,93 a 0,98. En el presente estudio, se obtuvieron precisiones superiores para las tres especies, con REMC entre 0,16 y 0,20 m³.

Solamente se encontró en la literatura el estudio de Guzmán-Santiago et al. (2020) sobre la modelización del volumen de ramas para especies similares a las de este trabajo. Estos autores generaron ecuaciones de volumen de ramas para *A. religiosa* en el centro y sur de la República Mexicana, con valores de R^2 entre 0,25 y 0,49. En contraste, en este estudio se obtuvieron valores de R^2 entre 0,58 y 0,68, a pesar de la dificultad de modelar este componente arbóreo debido a la variabilidad de estructuras, tamaños y formas de las copas de los árboles por efecto de la densidad, como también señalan Muñoz et al. (2008) y Planck y

Macfarlane (2014). Resultados similares han sido reportados en otros trabajos, en los que se reportan valores bajos en la precisión de los modelos de volumen de ramas, tanto para especies de bosques templados (Corral-Rivas et al. 2017), como tropicales (López-Martínez et al. 2020), lo cual coincide también con Jiménez et al. (2013) y Vega-Nieva et al. (2015), quienes reportan valores máximos de R^2 de 0,45, menor a los obtenidos en este estudio.

Las ecuaciones de ahusamiento mostraron alta precisión ($R^2 > 0,96$) para predecir el diámetro a lo largo del fuste y el volumen comercial con corteza para las tres especies. Los buenos resultados en la estimación del diámetro a distintas alturas demuestran la flexibilidad de la función de ahusamiento de Fang et al. (2000), confirmada en estudios previos como los de Niño-López et al. (2018) y Martínez-Angel et al. (2019), entre otros. Los resultados de este estudio son consistentes con los obtenidos por Guzmán-Santiago et

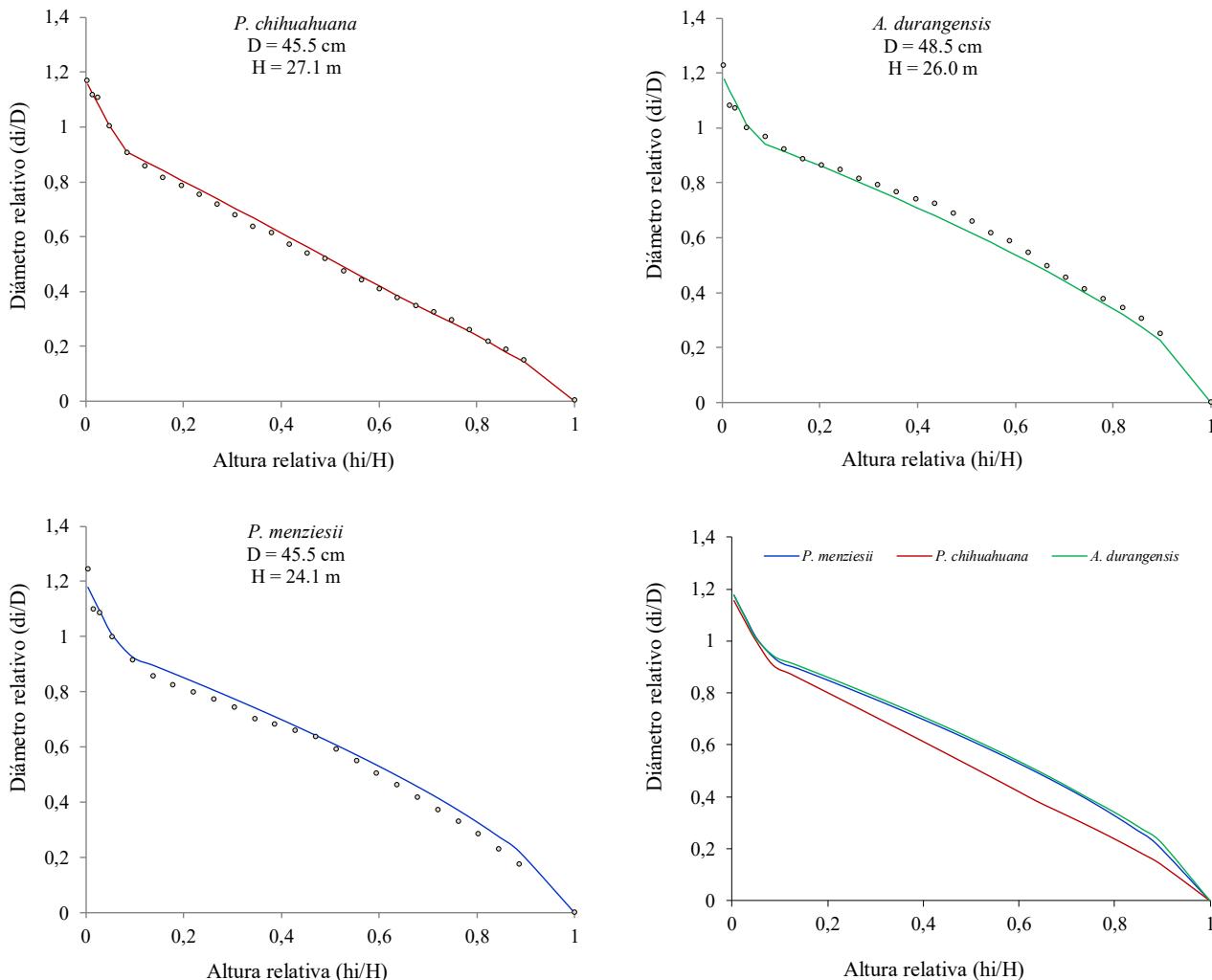


Figura 7. Perfil del fuste predicho con la función de Fang *et al.* (2000) para un árbol representativo de cada especie. A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*, D) tres especies.

Stem profile predicted with the Fang *et al.* (2000) function for a representative tree each species. A) *P. chihuahuana*, B) *A. durangensis*, C) *P. menziesii*, D) tree species.

al. (2022) para *A. religiosa* en el centro, sureste, suroeste y sur de México (R^2 entre 0,96 y 0,99). Los valores de REMC reportados por estos autores para di_{cc} (entre 2,10 cm y 3,21 cm en Veracruz) y para vi (entre 0,06 m³ en Tlaxcala y 0,40 m³ en Michoacán) también son similares a los obtenidos en este estudio. La precisión de la función de Fang *et al.* (2000) observada en este estudio es superior a la reportada para 13 modelos de perfil ajustados a datos de *Abies normanniana* (Steven) Spach en Turquía (Sakici *et al.* 2008), con valores de REMC entre 1,84 cm y 4,3 cm.

El modelo de Fang *et al.* (2000) incluye dos puntos de inflexión (p_1, p_2) a lo largo del fuste. En *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii*, el parámetro p_1 indicó un primer punto de inflexión a 7,3 %, 6,5 % y 6,1 % de la altura total del árbol, respectivamente. Estos valores de p_1 coinciden con los reportados por Guzmán-Santiago *et al.* (2020), quienes encontraron que el primer punto de

inflexión de *A. religiosa* se encuentra entre 1,7 y 6,9 %. Por su parte, Alkan y Özçelik (2020) estimaron el primer punto de inflexión a 1,7 % de la altura total de árboles de *Abies cilicica* Carr. en Turquía; es decir, más cerca de la base que en *A. durangensis* (6,5 %). Estudios similares reportan puntos de localización del primer punto de inflexión que son acordes a los obtenidos en este trabajo. Por ejemplo, entre 4,1 y 8 % para especies de pino (Corral-Rivas *et al.* 2007), 4,6 % para *P. cooperi* (Martínez) (Corral-Rivas *et al.* 2017) y 4,7 %, en promedio, para las cinco principales especies de pino en Durango, México (Quiñonez-Barraza *et al.* 2014).

El segundo punto de inflexión (p_2) se localizó a 64 %, 74 % y 73 % de la altura total de los árboles de *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii*, respectivamente, en congruencia con los obtenidos por López-Martínez *et al.* (2020) para especies tropicales del sureste de México (55

- 92 %), Diéguez-Aranda *et al.* (2006) para *Pinus silvestris* L. (60,7 %), Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) para *P. leiophylla* (60 %) y Corral-Rivas *et al.* (2017) para *P. cooperi* (71 %) y *P. durangensis* Martínez (74 %). Lo anterior permite asumir que, aunque no se encontraron ecuaciones de ahusamiento para *P. chihuahuana* y *P. menziesii*, los dos puntos de inflexión obtenidos parecen ser adecuados para describir el perfil del fuste de ambas especies.

Las formas geométricas de los segmentos del fuste de *A. durangensis* y *P. menziesii* fueron diferentes a las de *P. chihuahuana*, pero similares entre ellas. Los factores de forma (ff), determinados por la relación b/k ($k = \pi/40.000$), fueron 0,141, 0,349, y 0,386 para *P. chihuahuana*; 0,135, 0,420 y 0,449 para *A. durangensis*; y 0,141, 0,422 y 0,418 para *P. menziesii*. El factor de forma de la parte baja fue el más pequeño en los tres casos, lo que indica que cerca del primer punto de inflexión el fuste presenta una forma neiloide; la parte media de *A. durangensis* y *P. menziesii* se acerca a la forma paraboloidal (0,500), no así en *P. chihuahuana*, cuya forma central del fuste mantiene una mayor conicidad (Figura 7D). La sección superior presenta una forma cónica (0,333) en las tres especies, siendo más pronunciada en *P. chihuahuana* ($ff = 0,386$). Estos factores de forma coinciden con los reportados por Guzmán-Santiago *et al.* (2022) para *A. religiosa* en México y otros estudios para diferentes especies de pino (Diéguez-Aranda *et al.* 2006, Corral-Rivas *et al.* 2007, Quiñonez-Barraza *et al.* 2014).

Las funciones de perfil estimaron con mayor precisión el diámetro con corteza en la parte media del fuste y presentaron menor precisión en las secciones superiores e inferiores, un comportamiento previamente observado en otros estudios como el de Diéguez-Aranda *et al.* (2006), quienes observaron las menores precisiones y los mayores sesgos a alturas relativas inferiores a 15 %. Al igual que en estos estudios, en este trabajo la precisión de la ecuación de di_{cc} aumentó en la parte del fuste comprendida entre 20 y 85 % ($REMC = 1,2$ cm), 25 y 65 % ($REMC = 1,07$ cm) y 25 y 70 % ($REMC = 0,86$ cm) de la altura total en *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii*, respectivamente.

CONCLUSIONES

Este estudio presenta el primer sistema de ecuaciones compatibles para estimar simultáneamente el volumen de fuste, ramas, volumen comercial y volumen total del árbol, además de describir el perfil del fuste en *P. chihuahuana*, *A. durangensis* y *P. menziesii* en el noroeste de México. Estas ecuaciones explican 97 % de la variabilidad del diámetro a lo largo del fuste, 96 % del volumen comercial a diferentes alturas, 95 % del volumen total y más del 58 % del volumen de ramas. Los resultados ofrecen una herramienta útil para analizar la distribución del volumen en árboles completos, facilitando el manejo orientado a la conservación y el aprovechamiento sostenible.

CONTRIBUCIÓN DE AUTORES

Los autores contribuyeron de la siguiente manera: BVL gestionó los fondos para la realización del proyecto, diseñó la metodología, analizó los datos y redactó el manuscrito; FJQH y GGA coordinaron el trabajo de campo y corrigieron el primer borrador; BVL, GGA y CEAC revisaron la versión final del manuscrito.

FINANCIAMIENTO

Al Tecnológico Nacional de México por el financiamiento otorgado a través del Proyecto: 18393.23-P.

REFERENCIAS

- Abbot P, J Lowore, M Werren. 1997. Models for the estimation of single tree volume in four Miombo woodland types. *Forest Ecology and Management* 97: 25-37. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0378-1127\(97\)00036-4](https://doi.org/10.1016/S0378-1127(97)00036-4)
- Aguilar-Soto V, A Melgoza-Castillo, F Villarreal-Guerrero, C Wehenkel, C Pinedo-Álvarez. 2015. Modelando la distribución potencial de *Picea chihuahuana* Martínez, una especie en peligro de extinción en la sierra madre occidental. *Bosques de México* 6: 692-707. DOI: <https://doi.org/10.3390/f6030692>
- Alkan O, R Özçelik. 2020. Stem taper equations for diameter and volume predictions of *Abies cilicica* Carr. in the Taurus Mountains, Turkey. *Journal of Mountain Science* 17(12): 3054-3069. DOI: <https://dx.doi.org/10.1007/s11629-020-6071-x>
- Bi H. 2000. Trigonometric variable-form Taper equations for Australian eucalyptus. *Forest Science* 46: 397-409. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.3.397>
- Corral-Rivas JJ, M Barrio-Anta, OA Aguirre-Calderón, U Diéguez-Aranda. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry* 80(1): 29-40. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestry/cpl048>
- Corral-Rivas JJ, DJ Vega-Nieva, R Rodríguez-Soalleiro, CA López-Sánchez, C Wehenkel, B Vargas-Larreta, AD Ruiz-González. 2017. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. *Forests* 8(11): 417. DOI: <https://doi.org/10.3390/f8110417>
- Del Castillo RF, JA Pérez De la R, G Vargas A, R Rivera G. 2004. Coníferas. In: García MAJ, M de J Ordóñez, M Briones eds. *Biodiversidad de Oaxaca*. D. F., México. Instituto de Biología, UNAM-Fondo Oaxaqueño para la Conservación de la Naturaleza-World Wildlife Foundation. p.141-158.
- Diéguez-Aranda U, F Castedo-Dorado, JG Álvarez-González, AA Rojo. 2006. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 36: 1190-1205. DOI: <https://dx.doi.org/10.1139/x06-008>
- Diéguez-Aranda U, F Castedo-Dorado, JG Álvarez-González, A Rojo-Alboreca. 2006. Dynamic growth model for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in Galicia (north-western Spain). *Ecological Modelling* 191(2): 225-242. DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.ecolmodel.2005.04.026>

- Diéguez-Aranda U, A Rojo-Alboreca, F Castedo-Dorado, JG Álvarez González, M Barrio-Anta, F Crescente-Campo, JM González-González, C Pérez-Cruzado, R Rodríguez-Soalleiro, CA López-Sánchez, MA Balboa-Murias, JJ Gorgoso-Varela, F Sánchez-Rodríguez. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Lugo, España: Xunta de Galicia.
- Domínguez A FA, JJ Vargas H, J López U, P Ramírez V, E Guízar N. 2004. Caracterización ecológica de *Pseudotsuga menziesii* en Pinal de Amoles, Querétaro: nueva población natural en México. *Anales del Instituto de Biología serie Botánica* 75: 191–203.
- Fang Z, BE Borders, RL Bailey. 2000. Compatible volume taper models for loblolly and slash pine based on system with segmented stem form factors. *Forest Science* 46: 1-12. DOI: <https://doi.org/10.1093/forestscience/46.1.1>
- Farjon A, D Filer. 2013. An atlas of the world's conifers: an analysis of their distribution, biogeography, diversity, and conservation status. Danvers, USA. Brill Academic Publishers, Leiden. 542 p. DOI: <https://doi.org/10.1163/9789004211810>
- García-Cuevas X, J Hernández-Ramos, J García-Magaña, A Hernández-Ramos, V Herrera-Ávila, A González-Peralta, EJ Garfias-Mota. 2017. Predicción de diámetro normal, altura y volumen de *Abies religiosa* a partir del diámetro del tocón. *Madera y Bosques* 23(3): 61-70. DOI: <https://doi.org/10.21829/myb.2017.2331528>
- González-Elizondo MS, Wehenkel C. 2022. Las Piceas (*Picea, Pinaceae*) de México. Comisión Nacional Forestal. México. 148 p.
- Guzmán-Santiago JC, OA Aguirre-Calderón, J Jiménez-Pérez, B Vargas-Larreta. 2020. Estimación de volumen de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en diferentes entidades federativas de México. *Colombia Forestal* 23(2): 99-113. DOI: <https://doi.org/10.14483/2256201X.15557>
- Guzmán-Santiago JC, HM De los Santos-Posadas, B Vargas-Larreta, M Gómez-Cárdenas, R González-Cubas, JA Hernández-Aguilar, A Bautista-Cruz. 2023. Diámetro, altura y volumen en función del tocón para *Abies religiosa* en diferentes regiones de México. *Bosque* 44(2): 387-399. DOI: <https://dx.doi.org/10.4067/S0717-92002023000200387>
- Guzmán-Santiago JC, B Vargas-Larreta, M Gómez-Cárdenas, G Quiñonez-Barraza. 2022. Función ahusamiento-volumen comercial de *Abies religiosa* (Kunth) Schltdl. & Cham. en varias regiones de México. *Colombia Forestal* 25(1): 77-94. DOI: <https://dx.doi.org/10.14483/2256201X.17814>
- Harvey AC. 1976. Estimating regression models with multiplicative heteroscedasticity. *Econometrica: Journal of the Econometric Society* 44(3): 46-465. DOI: <https://doi.org/10.2307/1913974>
- Hermann RK, DP Lavender. 1999. Douglas-fir planted forests. *New Forests* 17: 53–70.
- INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía, MX). 2017. Conjunto de datos vectoriales de uso de suelo y vegetación. Escala 1:250 000. Serie VI (Capa Unión). Consultado 23 jun. 2023. Disponible en: <https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=889463173359>
- Jiménez E, J Vega, J Fernández-Alonso, D Vega-Nieva, J Álvarez-González, A Ruiz-González. 2013. Allometric equations for estimating canopy fuel load and distribution of pole-size maritime pine trees in five Iberian provenances. *Canadian Journal of Forest Research* 43: 149-158. DOI: <https://dx.doi.org/10.1139/cjfr-2012-0374>
- Kozak A. 2004. My last words on taper functions. *Forestry Chronicle* 80: 507-515. DOI: <https://dx.doi.org/10.5558/tfc80507-4>
- López-Martínez JO, B Vargas-Larreta, OA Aguirre-Calderón, CG Aguirre-Calderón, PA Macario-Mendoza, M Martínez-Salvador, JG Álvarez-González. 2020. Compatible taper-volume systems for major tropical species in Mexico. *Forestry: An International Journal of Forest Research* 93(1): 56-74. DOI: <https://dx.doi.org/10.1093/forestry/cpz033>
- Martínez-Angel L, HM De los Santos-Posadas, AM Fierros-González, F Cruz-Cobos, G Quiñonez-Barraza. 2019. Funciones compatibles de ahusamiento y volumen en una plantación forestal comercial de *Pinus chiapensis* (Martinez) Andresen en Tlatlauquitepec, Puebla. *Agrociencia* 53(3): 381-401. Consultado 2 mayo, 2023. Disponible en: <https://www.agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1791/1788>
- Muñoz F, R Rubilar, M Espinosa, J Cancino, J Toro, M Herrera. 2008. The effect of pruning and thinning on above ground aerial biomass of *Eucalyptus nitens* (Deane & Maiden) Maiden. *Forest Ecology and Management* 255: 365–373. DOI: <https://dx.doi.org/10.1016/j.foreco.2007.09.063>
- Niño-López GS, PA Ramos-Molina, A Barrios, AM López-Agüirre. 2018. Modelos compatibles de ahusamiento-volumen para arboles de *Gmelina arborea* Roxb. en el Alto Magdalena, Colombia. *Colombia Forestal* 21(2): 174-187. DOI: <https://doi.org/10.14483/2256201X.12249>
- Parresol BR. 1999. Assessing tree and stand biomass: A review with examples and critical comparisons. *Forest Science* 45: 573-593.
- Planck N, D MacFarlane. 2014. Modelling vertical allocation of tree stem and branch volume for hardwoods. *Forestry* 87: 459-469. DOI: <https://dx.doi.org/10.1093/forestry/cpu007>
- Quiñonez-Barraza G, HM De los Santos-Posadas, JG Álvarez-González y A Velázquez-Martínez. 2014. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia* 48(5): 553-567. Consultado 15 jul. 2023 Disponible en: <https://agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1102>
- Reyes HV, JJ Vargas H, J López U, H Vaquera H. 2006. Similitud fenotípica de poblaciones mexicanas de *Pseudotsuga Carr.* *Agrociencia* 40: 545-556. Consultado 20 jul. 2023 Disponible en: <https://www.agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/487>
- Sakici OE, N Misir, H Yavuz, M Misir. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmuelleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23(6): 522-533. DOI: <https://doi.org/10.1080/02827580802552453>
- Statistical Analysis Systems (SAS). 2009. User's Guide. SAS Institute Inc. Raleigh, NC. USA.
- Schumacher FX, FS Hall. 1933. Logarithmic expression of timber tree volume. *Journal Agriculture Research* 47(9): 719-734.
- SEMARNAT (Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, MX). 2019. Norma Oficial Mexicana NOM-059-SEMARNAT-2010, Protección ambiental-Especies nativas de México de flora y fauna silvestres-Categorías de riesgo y especificaciones para su inclusión, exclusión o cambio. Lista de especies en riesgo. Diario Oficial de la Federación.

- Consultado 9 mayo, 2023. Disponible en: https://www.dof.gob.mx/nota_detalle_popup.php?codigo=5578808
- Vargas-Larreta B, JJ Corral-Rivas, OA Aguirre-Calderón, JO López-Martínez, HM De los Santos-Posadas, FJ Zamudio-Sánchez, EJ Treviño-Garza, M Martínez-Salvador, CG Aguirre-Calderón. 2017. SiBiFor: Forest Biometric System for forest management in Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 23(3): 437-455. DOI: <https://doi.org/10.5154/r.chscfa.2017.06.040>
- Vega-Nieva D, E Valero, J Picos, E Jiménez. 2015. Modeling the above and belowground biomass of planted and coppiced *Eucalyptus globulus* stands in NW Spain. *Annals of Forest Science* 72: 967-980. DOI: <https://dx.doi.org/10.1007/s13595-015-0493-6>
- Velasco G MV, J López U, G Ángeles P, JJ Vargas H, V Guerra de la C. 2007. Dispersión de semillas de *Pseudotsuga menziesii* en poblaciones del centro de México. *Agrociencia* 41: 121-131. Consultado 15 jul. 2023 Disponible en: <https://www.agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/523>
- Ventura-Ríos A, López-Upton J, Vargas-Hernández JJ, Guerra-de la Cruz V. 2010. Caracterización de *Pseudotsuga menziesii* (MIRB.) Franco en el centro de México. Implicaciones para su conservación. *Revista Fitotecnia Mexicana* 33(2): 107-116.
- Zimmerman DL, V Núñez-Antón, TG Gregoire, O Schabenberger, JD Hart, MG Kenward, P Vieu. 2001. Parametric modelling of growth curve data: An overview. *Test* 10(1): 1-73. DOI: <https://dx.doi.org/10.1007/BF02595823>

Recibido: 06.05.2024
Aceptado: 27.02.2025

