

ARTÍCULOS

Curvas de índice de sitio a partir de modelos mixtos para plantaciones de *Cupressus lusitanica* en la Región Central de Costa Rica

Site index curves from mixed models
for *Cupressus lusitanica* plantations in the Central Region of Costa Rica

Fernando Mora-Chacón ^a , Mauricio Jerez-Rico ^b , Víctor Meza-Picado ^{a*} , Eladio Chaves ^a , Orlando Chinchilla ^a , Raúl Machiavelli ^c , Ana M. Quevedo-Rojas ^d 

*Autor de correspondencia: ^aUniversidad Nacional (UNA), Instituto de Investigación y Servicios Forestales (INISEFOR), Heredia, Costa Rica, victor.meza.picado@una.cr

^bUniversidad de Los Andes, Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales, Centro de Estudios Forestales y Ambientales de Postgrado, Mérida, Venezuela.

^c Universidad de Puerto Rico, College of Agricultural Sciences, Mayagüez, Puerto Rico.

^d Universidad de Los Andes, Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales, Escuela Técnica Superior Forestal, Mérida, Venezuela.

ABSTRACT

The Site Index is the most widely used technique to classify site qualities in monospecific plantations and predict their productivity regarding wood and other goods. In Costa Rica, cypress (*Cupressus lusitanica* Miller) is extensively planted for reforestation in highland regions due to its fast growth and excellent quality wood. Internationally, numerous site index works have been developed for cypress. However, nonlinear mixed models have only been used once for New Zealand and never for Costa Rica. These models have advantageous statistical properties that allow addressing the violation of the assumptions of the fixed effects regression model, obtaining more precise estimates of the parameters, and high reliability for hypothesis testing. In this work, site index curves were developed using a nonlinear mixed model from permanent plots (n=44) and stem analysis (n=21) measured for more than 40 years in the Central Region of Costa Rica. The data were partitioned into development (62.2%) and validation (37.8%) data. Three reparametrized nonlinear mixed models (Richards, Korf, and Prodán) were fitted with a random parameter associated with the site index, and violations of the regression model assumptions were corrected. The best model was selected based on information criteria, goodness of fit, and graphical analysis for the development and validation data. The best predictive model was based on the Korf function. The family of polymorphic curves was generated for every three meters of height (27 to 15 m). The maximum mean annual increment for the IS of 21.67 m was 1.16 m·year⁻¹ and occurred at 8 years of age. The model was compared with other models developed with different approaches and in various parts of the world.

Keywords: dominant height, *Hesperocyparis lusitanica*, stem analysis, permanent plots.

RESUMEN

El Índice de Sitio es la técnica más utilizada para clasificar calidades de sitio en plantaciones monoespecíficas, y que permiten predecir su productividad en madera y otros bienes. En Costa Rica, el ciprés (*Cupressus lusitanica* Miller) es extensivamente plantado para la reforestación en las regiones altas, por su rápido crecimiento y madera de excelente calidad. Internacionalmente, se han desarrollaron numerosos trabajos de índice de sitio para ciprés. Sin embargo, solo una vez se utilizaron los modelos mixtos no lineales para Nueva Zelanda y nunca para Costa Rica. Estos modelos presentan propiedades estadísticas ventajosas que permiten abordar la violación de los supuestos del modelo de regresión de efectos fijos, obteniéndose estimaciones más precisas de los parámetros y mayor confiabilidad en las pruebas de hipótesis. En este trabajo, se desarrollaron curvas de índice de sitio utilizando un modelo no lineal mixto a partir de parcelas permanentes (n=44) y análisis fustal (n=21) medidas por más de 40 años en la Región Central de Costa Rica. Los datos se partitionaron en datos para de desarrollo (62,2%) y para validación (37,8%). Se ajustaron tres modelos no lineales mixtos (Richards, Korf y Prodán) reparametrizados en función del índice de sitio, al cual se asoció un efecto aleatorio, y se corrigieron violaciones a los supuestos del modelo de regresión. El mejor modelo se seleccionó según criterios de información, de bondad de ajuste y análisis gráficos para los datos de desarrollo y validación. El mejor modelo predictivo se basó en la función de Korf. Se generó la familia de curvas polimórficas cada tres metros de altura (27 a 15 m). El incremento medio anual máximo para el IS de 21,67 m fue de 1,16 m año⁻¹ y ocurrió a los 8 años de edad. Se comparó el modelo con otros desarrollados con diferentes enfoques y en distintas partes del mundo.

Palabras clave: altura dominante, *Hesperocyparis lusitanica*, análisis troncal, parcelas permanentes.

INTRODUCCIÓN

El ciprés (*Cupressus lusitanica* Mill.) es originario de Norte y Centro América, desde México hasta Costa Rica. Se desarrolla en regiones montañosas desde los 1.800 hasta 3.000 m de altitud; pudiendo alcanzar hasta 30 m de altura y 1,2 m de diámetro a la altura de pecho. Su crecimiento óptimo ocurre en suelos ricos en nutrientes, profundos, húmedos y bien drenados con pH neutro, aunque puede presentar un buen crecimiento en suelos pobres y secos no aptos para muchas otras especies (Mamo & Sterba, 2006). Recientemente, el nombre científico del ciprés cambió a *Hesperocyparis lusitanica* (Mill.) Bartel (Véase Kimberley & Watt, 2023). En este estudio mantendremos el nombre científico *Cupressus lusitanica* Mill.

El ciprés, es de gran importancia para la reforestación en la región central y alta de Costa Rica debido a la buena calidad de su madera, por lo que debe plantarse en áreas donde su productividad sea óptima. De ahí la importancia de disponer de una clasificación de terrenos según su capacidad productiva para esta especie. Las diferencias en la productividad de los sitios determinan aspectos críticos del manejo, tales como, tratamientos silviculturales, turno de cosecha, técnicas de aprovechamiento, productos a obtener y rentabilidad de la inversión (Jerez-Rico et al., 2011; Mora et al., 2022). En el ámbito de la gestión forestal con fines de producción de bienes y servicios (madera, frutos, secuestro de carbono), el término “calidad de sitio” se refiere a sistemas de clasificación de terrenos según su capacidad productiva (Mora et al., 2022). En sentido más estricto, Clutter et al. (1983), la definen como el potencial para producir madera de una determinada especie en una localidad específica. A mejor calidad de sitio, mayor será la productividad en madera.

Existen numerosos métodos para determinar la calidad de sitio en el ámbito forestal, siendo uno de los más empleados el “índice de sitio” (IS), basado en la altura alcanzada por los árboles dominantes de una masa forestal a una edad determinada (edad base i.e., 20 años) en respuesta a las condiciones del sitio (clima, suelo, etc.) en la cual se desarrolla. A mayor índice de sitio, mejor calidad de sitio, asumiendo que el crecimiento de los árboles dominantes es independiente de la densidad (árboles ha^{-1}). Aunque no existe unanimidad respecto al concepto y criterios de medida de la altura dominante, la definición más utilizada se refiere a la altura promedio de los 100 árboles dominantes y codominantes (más altos) distribuidos en una hectárea. Las muestras de altura dominante pueden ser obtenidas a partir de parcelas temporales, pero es más deseable obtenerlas de observaciones multitemporales en parcelas permanentes de crecimiento o de análisis fustales, a partir de las cuales se generan curvas de crecimiento en altura, que pueden ajustarse a través de diferentes técnicas de regresión (Mora et al., 2022).

Modelos de índice de sitio para *C. lusitanica* han sido desarrollados en diferentes partes del mundo. En África

destacan los trabajos de Pukkala y Pohjonen (1993), Teshome y Petty (2000), Ngugi et al. (2000), Mamo y Sterba (2006). En Oceanía : Watt et al. (2005, 2009), Kimberley y Watts (2023). En América para Guatemala, Argueta (2011); Colombia, Tschinkel (1972) y Gutiérrez (1989); y en Costa Rica: Groenendijk (1983), Chinchilla (1989) y Mora et al. (2014)

Se han usado varios enfoques para generar curvas de IS en ciprés. Mora et al. (2014) desarrollaron un modelo de curvas polimórficas en la Región Central de Costa Rica, a partir de parcelas permanentes entre 8 y 34 años de edad utilizando un modelo de Prodan linealizado con efectos fijos, mientras que Kimberley y Watt (2023) ajustaron modelos de efectos mixtos y un modelo de diferencia algebraica generalizado (GADA) en Nueva Zelanda. La ventaja de los modelos mixtos para datos de parcelas permanentes o análisis fustal reside en que no es posible aleatorizar el factor tiempo, por lo que las mediciones repetidas sobre un mismo sujeto en tiempo y espacio están autocorrelacionadas, no cumpliéndose el supuesto de residuos independientes, y homogeneidad de varianzas, causando que los errores estándar de los coeficientes de regresión resulten seriamente distorsionados, dificultando inferencias y proyecciones (Casanoves et al., 2022; Mora et al., 2022). Un modelo de efectos mixtos minimiza estas deficiencias, permitiendo la generación de curvas más precisas de índice de sitio con flexibilidad para representar el crecimiento en altura dominante a partir de parcelas y árboles provenientes de diferentes localidades.

Nuestro objetivo fue desarrollar una familia de curvas de índice de sitio basadas en un modelo no lineal de efectos mixtos a partir de datos de parcelas permanentes y análisis fustal medidos hasta los 44 años de edad en la Región Central de Costa Rica para generar información confiable sobre la productividad de esta especie en las condiciones existentes en dicha región.

MÉTODOS

Modelos de índice de sitio. Muchos factores afectan la selección de modelos y técnicas de parametrización, incluyendo las características de los datos (tamaño y origen de la muestra), la identificación de los parámetros locales y globales, los modelos matemáticos empleados, y la disponibilidad de software adecuado, por lo que no es posible afirmar la superioridad de una técnica sobre otra para casos particulares (Wang et al., 2008). Existen numerosas formas funcionales para ajustar curvas de IS, entre ellas, modelos de regresión lineales y no lineales. Usualmente, su selección es arbitraria, prefiriéndose modelos flexibles, de fácil manipulación matemática y con interpretación biológica.

Para modelar el índice de sitio, deben identificarse los parámetros globales y locales. Los parámetros globales (comunes a todos los sitios) son fácilmente obtenidos, siendo más complejo obtener los parámetros locales (específicos para nivel de parcela o árbol) y si éstos pueden con-

siderarse fijos o aleatorios (Nigh, 2015). Entre las técnicas de parametrización se destacan la de variables indicadoras (Wang et al., 2008, Nigh, 2015) donde los parámetros locales se ajustan usando variables indicadoras para obtener los parámetros de cada árbol sujeto; esta parametrización está libre de supuestos y es muy flexible. En la técnica de Efectos Mixtos (Wang et al., 2008, Carrero et al., 2008) los parámetros globales son efectos-fijos y los locales son efectos aleatorios asumiéndose distribución normal y autocorrelación, siendo menos flexible que la técnica de variables indicadoras. La parametrización por diferencias algebraicas y diferencias algebraicas generalizadas (conocidas por los acrónimos en inglés ADA y GADA) asumen una relación entre los parámetros locales y una variable teórica conocida como “factor de intensidad de crecimiento” (c_0) asumiendo al menos dos parámetros locales. Sin embargo, estos supuestos reducen la flexibilidad de los modelos al imponer una relación entre los parámetros y c_0 , lo que puede afectar la precisión de las predicciones y conducir a sesgos en las estimaciones de algunos parámetros (García, 2011, Nigh, 2015). Finalmente, las parametrizaciones basadas en ecuaciones diferenciales estocásticas (García, 2011) han sido exitosas, aunque igualmente se encuentran sujetas a ciertas restricciones de flexibilidad permitiendo solo curvas anamórficas o polimórficas con asíntota común. Por otra parte, es posible combinar diversos enfoques tales como las ecuaciones dinámicas GADA

con el enfoque de modelos mixtos para obtener resultados más confiables (Tamarit-Urías et al., 2022).

Área de Estudio. El área abarca la Región Central de Costa Rica, donde se tomaron los datos de altura dominante en 44 parcelas permanentes de crecimiento y raleo (PPM) de 500 m² desde ocho hasta 42 años de edad en las localidades de Tarbaca (n=12), Paraíso (n=12), San José de la Montaña (n=12) y Caragral (n=8). Además, se apoyaron 21 árboles con edades comprendidas entre 3 y 32 años de edad en las localidades anteriores, así como en Coris, El Guarco, Cachí, Aserrí y San Isidro (Figura 1). La edad y altura por secciones de los árboles apelados se obtuvo mediante un análisis fustal siguiendo el protocolo de Mora et al. (2014). La totalidad de la muestra abarca elevaciones entre 1.100 msnm en Cachí, y 1.900 msnm en San Isidro. La precipitación oscila desde 1.474 mm en Coris y El Guarco a 2.550 mm en San José. La temperatura varía de 15 °C en San José hasta 20 °C en Caragral, Cachí y Aserrí. Las localidades presentan un período seco bien marcado de tres a cuatro meses y medio y un período lluvioso, con máximos entre septiembre y octubre. El relieve va desde áreas planas con pendientes entre 5% y 10% en Tarbaca, Coris y Aserrí, intermedias en Caragral, Paraíso, San José y Cachí, con pendientes de 20% a 40%; hasta muy quebradas (40% a 60%) en Tarbaca, Caragral, El Guarco y San Isidro. Todos los suelos son ligeramente ácidos (pH, 5,5- 5,7),

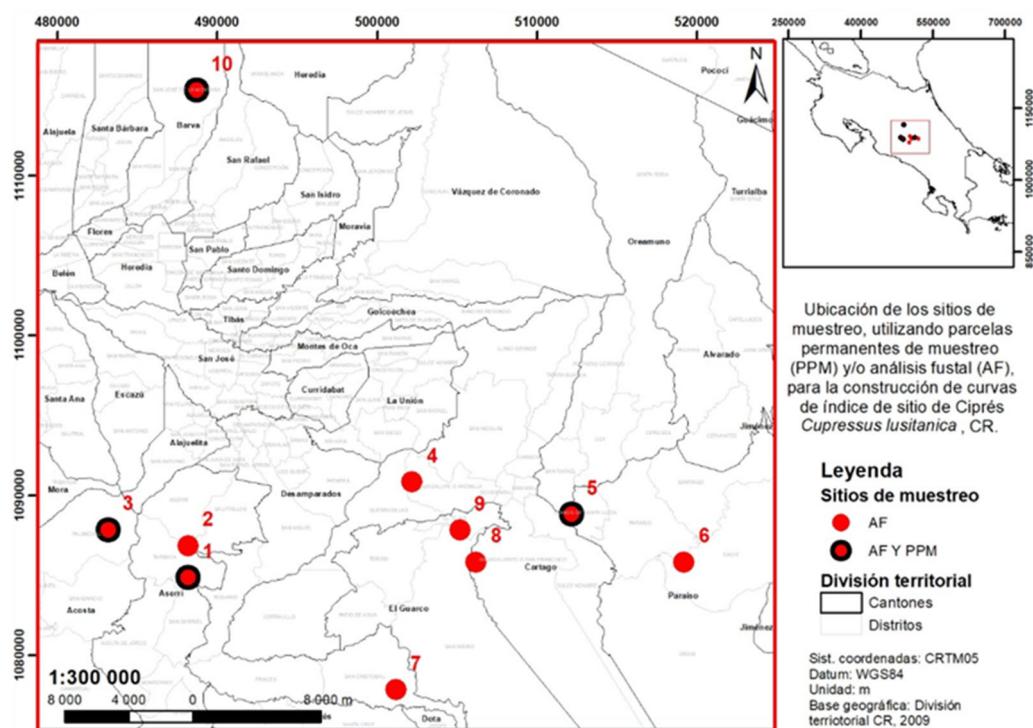


Figura 1. Mapa de la región central de Costa Rica indicando la ubicación de las parcelas permanentes y los análisis fustales. 1. Tarbaca, 2. Aserrí, 3. Caragral, 4. Coris, 5. Paraíso, 6. Cachí, 7, 8 y 9. El Guarco, 10. San José.

Map of the central region of Costa Rica indicating the location of permanent plots and stem analyses.

con texturas desde Franco arenosa-, Franco arenosa, hasta arcillosa (Mora et al., 2014).

Datos. Para el estudio se obtuvieron 1.124 pares de mediciones de altura dominante-edad (Figura 2) con 773 pares de mediciones en PPM y 351 pares de mediciones en árboles apeados. Para efectos de validación, los pares de datos se consideraron independientes y se particionaron aleatoriamente en 62,2% (699 pares) para ajustar los modelos y 37,8% para validarlos (425 pares).

Para ajustar los datos, se seleccionaron tres modelos no lineales (Cuadro 1) usados frecuentemente en el desarrollo de curvas de IS por representar un compromiso entre flexibilidad de las curvas y parámetros que pueden interpretarse biológicamente: a) Richards, b) Lunqdqvist-Korf y c) Prodan (Hossfeld) descritos en Palahí et al. (2004). Para mejorar la precisión, los modelos fueron reparametrizados en función de β_1 y suponiendo que el efecto aleatorio (μ) se asocia con la altura dominante (S) a la edad base (E_b) de 20 años. De esta manera, se generan modelos de curvas polimórficas con asíntota común e invariantes con la edad (Carrero et al., 2008).

En los modelos, el parámetro β_0 representa la asíntota o valor máximo que puede alcanzar la curva, excepto en el modelo de Prodan donde la asíntota viene dada por $1/\beta_2$. Este es un parámetro global (común) para todo el conjunto parcela/árboles; S' es un parámetro local relacionado con la altura a la E_b por cada sujeto (árbol parcela⁻¹) y asociado con un término de error aleatorio; y β_2 es un parámetro local específico de cada sujeto que representa alguna condición particular del sitio. El enfoque usado, produce mo-

delos que son invariantes respecto a la edad base utilizada (Carrero et al., 2008).

Con los datos de desarrollo, se ajustaron los tres modelos reparametrizados como modelos mixtos, obteniendo los coeficientes y su significación estadística. Las regresiones se efectuaron mediante el paquete INFOSTAT (Di Rienzo et al., 2022) mediante el módulo para Modelos No Lineales Mixtos que hace interfaz con R v. 3.6.3 (R Core Team, 2020). Este módulo usa la función *nlme* que usa el método de pseudo-verosimilitud para encontrar los mejores estimadores lineales insesgados y permite modelar la estructura de varianzas y covarianzas residual corrigiendo los problemas asociados a datos correlacionados y varianzas heteroscedásticas, corrigiendo la violación de los supuestos de regresión. Para ajustar los modelos se obtuvieron valores iniciales de los parámetros según procedimientos de Casanoves et al. (2022). Los modelos se ajustaron mediante los pasos siguientes: a) considerando solo los efectos fijos (f): Richards (M1-f), Korf (M2-f) y Prodan (M3-f); b) luego como modelos mixtos (m): (M1-m, M2-m y M3-m) con $S' = S + u$; y c) se ajustaron los modelos mixtos probando estructuras de matriz de varianzas-covarianzas residuales para reducir los problemas de normalidad, heteroscedasticidad y autocorrelación, obteniéndose los modelos mixtos corregidos (mc): M1-mc, M2-mc y M3-mc. La matriz de residuos se modeló utilizando las opciones disponibles en R (Cuadro 2). Para los modelos mixtos se generaron los coeficientes de los parámetros y los valores estimados del efecto aleatorio obteniendo las mejores predicciones lineales insesgadas empíricas (eBLUP por sus siglas en inglés) para cada sujeto.

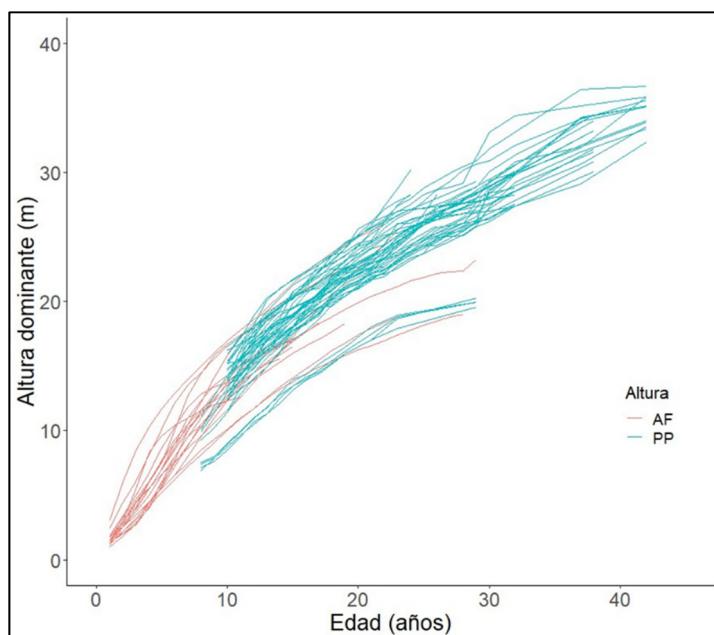


Figura 2. Altura dominante en función de la edad para los datos de parcelas permanentes (PP) y análisis fustal (AF).

Dominant height as a function of age for permanent plots (PP) and stem analysis data (AF).

Cuadro 1. Modelos mixtos reparametrizados polimórficos seleccionados. H_m = altura dominante a una edad cualquiera (E), E_b = edad base, β_0, β_2 = parámetros a estimar (efectos fijos), S = Índice de sitio, $S^r = S+u$ (efecto aleatorio) con u = término de error asociado con el efecto aleatorio, ε_i = término de error y exp = exponencial.

Selected polymorphic mixed models. H_m = dominant height at a given age (E), E_b = base age, β_0, β_2 = parameters (fixed effects), S = site index, $S^r = S+u$ (random effect) with u = error term associated with the random effect, ε_i = error term, and exp = exponential.

Modelo	Ecuación
M1-Richards	$H_m = \beta_0 \left[1 - \left[1 - \left(\frac{S^r}{\beta_0} \right)^{1/\beta_2} \right]^{\frac{E}{E_b}} \right]^{\beta_2} + \varepsilon_i$
M2-Korf	$H_m = \beta_0 \exp \left[(\ln(S^r) - \ln(\beta_0)) \left(\frac{E_b}{E} \right)^{\beta_2} \right]$
M3-Prodan	$H_m = \frac{E^2}{\left[\left(\beta_0 + \left(E_b / S^r \right) - \left(b_0 / E_b \right) \right) - (b_2 \cdot E_b) \right]} \cdot E + (b_2 \cdot E^2) + \varepsilon_i$

Cuadro 2. Estructuras probadas para la matriz de varianzas-covarianzas de los residuos.

Tested variance-covariance residual matrix structures.

Opción	Estructura
Estructuras de varianza	
varFixed	depende de variable cuantitativa
varIdent	depende de variable cualitativa
varPower	estructura potencial
varExp	estructura exponencial
varConstPower	estructura con una constante más función potencia de la varianza
Estructuras de autocorrelación	
SC	Simetría compuesta
SE	Sin estructura
CorAR1	Autorregresivo de orden 1
CorCAR1	Autorregresivo continuo de orden 1
CorARMA	Medias móviles ARMA (p, q)

Para identificar el mejor modelo según la calidad del ajuste se utilizaron el criterio de información de Akaike [AIC= $-2\log(MV) + 2(q+p)$], y el criterio de información bayesiano de Schwartz (BIC= $-2\log(MV) + 2(p+q) \log(n)$), donde MV: máxima verosimilitud, q: número de parámetros de la estructura de covarianza, p: rango de la matriz de diseño X, y n: número de observaciones. A menor valor de AIC y BIC mejor es el modelo (Tamarit-Urías et al., 2022). Estos criterios son indicadores relativos de ajuste, es decir, señalan cuál modelo es mejor con respecto a otro, pero no cuantifican la significancia estadística. Por ello, se

usaron pruebas de razón de verosimilitud para comparar si las mejoras fueron significativas. Para determinar la calidad del ajuste en términos de sesgo y precisión se utilizaron los siguientes métodos de bondad de ajuste y análisis de residuos.

a) la media de las desviaciones o residuos (MD):

$$MD = 1/n \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i) \quad [1]$$

b) la media de las desviaciones absolutas (MDA):

$$MDA = 1/n \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| \quad [2]$$

donde: Y_i y \hat{Y}_i son valores observados y predichos respectivamente para cada sujeto y n es el número observaciones. Mientras más cerca de cero estén MD y MDA, menor será el sesgo del modelo. Como indicadores de la precisión y calidad del ajuste se emplearon:

c) la raíz del cuadrado medio del error (RCME):

$$RCME = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n-p}} \quad [3]$$

donde: $n-p$ son los grados de libertad (n = sujetos y p = número de parámetros del modelo). La RCME es mejor a menor valor.

d) el Índice de Ajuste (IA):

$$IA = 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(Y_i - \hat{Y}_i)^2}{(\bar{Y} - \hat{Y}_i)^2} \quad [4]$$

El *IA* es análogo al coeficiente de determinación R^2 , pero varía entre $-\infty$ y 1, con 1 indicando un ajuste perfecto.

Para validar los tres modelos corregidos (M1-mc, M2-mc, M3-mc) se utilizaron los coeficientes estimados (b_0 , S , b_2 , u_1), obtenidos a partir de los datos de desarrollo, y se calcularon las curvas promedio, así como los índices de sesgo y predicción. Luego, se construyeron las familias de IS para los tres modelos y se comparó gráficamente el comportamiento de las curvas sobreuestas a las mediciones observadas de altura, para analizar su comportamiento biológico. Se seleccionó el modelo con la mejor capacidad de predicción, mejores estadísticos de ajuste y mejor comportamiento biológico.

Para aumentar la robustez del modelo mixto corregido seleccionado, éste se reajustó con todos los datos (desarrollo + validación). A partir de este modelo se generó la familia de curvas de IS definitiva. Esta familia se superpuso a los datos originales de altura dominante para verificar su comportamiento biológico. Finalmente, se estableció la regla de decisión para la asignación de cada sujeto a una categoría de calidad de sitio.

RESULTADOS

Índices de sesgo y predicción con los datos de desarrollo. Según los criterios de evaluación, el ajuste y propiedades de los tres modelos mejoraron al incorporar el efecto mixto y las correcciones a la violación de supuestos con respecto al modelo de efectos fijos sin corregir, observándose menores AIC, BIC y varianza residual (Cuadro 3 A, B, C). El modelo de Korf (M2-f, M2-m y M2-mc) fue superior en todos los casos. Para todos los modelos, la matriz de

residuos con una estructura de varianza varExp y una estructura de covarianzas autorregresiva de primer orden $\text{CorrAR}(1)$, produjo los mejores resultados, mejorando la normalidad, reduciendo la heterogeneidad de varianzas y la autocorrelación de los residuos. La prueba de razón de verosimilitud mostró que la incorporación de un error aleatorio a S y la posterior corrección a las violaciones de los supuestos produjo mejoras estadísticamente significativas para $P < 0,01$ (Cuadro 4). Según el MD y MDA, el modelo M3-mc presentó el menor sesgo. Los tres modelos presentaron similar IA ($> 0,98$), pero la RCME fue menor para el modelo M2-mc (Cuadro 5).

Para todos los modelos corregidos (datos de desarrollo), los coeficientes estimados fueron altamente significativos (Cuadro 6). El estimado de S fue muy similar para los tres modelos. En el caso del modelo de Prodán, b_0 no corresponde a la asintota, pero esta puede obtenerse como $1/b_2 = 50$ m.

Índices de sesgo y predicción con datos de validación. Los coeficientes de los modelos mixtos corregidos obtenidos con los datos de desarrollo fueron usados para calcular los índices de sesgo y predicción usando los datos de validación ($n=425$). El modelo M2-mc presentó los menores valores de sesgo (MD y MDA) y mayor índice de ajuste (IA) y menor RCME (Cuadro 7).

Comportamiento biológico de los modelos. Para verificar gráficamente el comportamiento biológico, se construyeron las familias de curvas de IS para los tres modelos mixtos corregidos (M1-mc, M2-mc, M3-mc) generando curvas cada tres metros de altura, clasificándose los niveles de productividad en muy alto (27 m), alto (24 m), medio

Cuadro 3. Criterios de información para los modelos ajustados con los datos de desarrollo ($n=699$). a) Modelo de efectos fijos; b) Modelo mixto (sin corregir violación de supuestos); c) Modelo mixto corregido. Sigma = desviación estándar residual.

Information Criteria statistics for the models fitted with the development data ($n=699$). a) Fixed effects model; b) Mixed model (without corrections); c) Corrected mixed model. Sigma: residual standard deviation.

Modelo	gl	AIC	BIC	Sigma
A: Modelo de efectos fijos (Sin Correcciones)				
M1-f	4	3.228	3.246	2,43
M2-f		3.187	3.210	1,44
M3-f		3.224	3.243	2,42
B: Modelo de efectos mixtos sin correcciones				
M1-m	7	1.944	1.967	0,79
M2-m		1.874	1.901	0,60
M3-m		1.914	1.937	0,77
C: Modelo de efectos mixtos corregido para violación de los supuestos				
M1-mc	8	1.341	1.373	0,83
M2-mc		1.305	1.337	0,54
M3-mc		1.317	1.349	0,85

Cuadro 4. Prueba de razón de verosimilitud para los modelos ajustados con datos de desarrollo (n= 699).

Likelihood ratio test for the fitted models with development data.

	Modelo	gl	AIC	BIC	Log Verosimilitud	Test	Razón Verosimilitud	Valor-P
1	M1-f	4	3.228	3.246	-1.610			
2	M1-m	5	1.944	1.967	-967			
3	M1-mc (het)*	6	1.381	1.409	-685	2vs3	564	<0,0001
4	M1-mc(het+autc)**	7	1.341	1.373	-663	3vs4	42	<0,0001
1	M2-f	4	3.187	3.210	-1.588			
2	M2-m	5	1.885	1.907	-937			
3	M2-mc (het)*	6	1.877	1.904	-932	2vs3	9	0,0024
4	M2-mc(het+autc)**	7	1.308	1.340	-647	3vs4	571	<0,0001
1	M3-f	4	3.224	3.243	-1.608			
2	M3-m	5	1.914	1.938	-952			
3	M3-mc (het)*	6	1.901	1.928	-944	2vs3	15	0,0001
4	M3-mc (het+autc)**	7	1.317	1.349	-651	3vs4	585	<0,0001

*Corregido para heterocedasticidad, ** Corregido para heteroscedasticidad y autocorrelación.

Cuadro 5. Resultados de los índices de ajuste para los tres modelos usando los datos de Desarrollo.

Results of the fit indices for the three models using the development data.

Modelo	MD	MDA	IA	RCME
M1-mc	0,240	0,728	0,984	3,343
M2-mc	0,253	0,723	0,985	3,199
M3-mc	0,025	0,667	0,985	3,296

Cuadro 6. Coeficientes de efectos fijos para los modelos mixtos corregidos para heterogeneidad de varianza y autocorrelación (gl = 633, $P < 0,0001$ para todos los coeficientes). Datos de desarrollo.

Fixed-effect coefficients for the mixed models corrected for variance heterogeneity and autocorrelation ($df = 633$, P -value < 0.0001 for all coefficients). Development data.

Coeficientes de los efectos fijos				
Modelo	Coeficiente	Estimado	Error Estándar	Valor-t
M1-mc Richards	b_0	40,29	0,99	40,70
	S	22,15	0,36	61,41
	b_2	0,97	0,03	37,39
M2-mc Korf	b_0	114,09	10,56	10,81
	S	21,74	0,35	61,56
	b_2	0,38	0,02	19,62
M3-mc Prodan	b_0	0,74 (50)*	0,14	5,29
	S	21,78	0,35	62,26
	b_2	0,02	0,0007	27,74

*El número en paréntesis corresponde a la asíntota de la curva promedio

(21 m), bajo (18 m) y muy bajo (15 m). Estas categorías cubren el rango de alturas dominantes observado para *C. Lusitanica* en la región. Las tres familias se superpusieron a fin de comparar su comportamiento (Figura 3). Respecto de los modelos M1-mc y M3-mc, el modelo de Korf (M2-mc) presenta mayores alturas dominantes a edades jóvenes, y menores valores por encima de los 25 años, en tanto que, a edades intermedias, prácticamente los tres modelos se comportan igual. Debido a que los tres presentan un comportamiento biológico similar, pero el modelo de Korf mixto corregido (M2-mc) mostró indicadores de ajuste ligeramente superiores, se seleccionó como el mejor modelo para la construcción de las curvas.

Ajuste del modelo seleccionado con todos los datos. Para aumentar la robustez del modelo seleccionado (M2-mc), este

Cuadro 7. Resultados de los índices de ajuste para los tres modelos (datos de validación, n=425).

Results of the fit indices for the three models (validation data).

Modelo	MD	MDA	IA	RCME
M1-mc	0,763	0,994	0,969	3,318
M2-mc	0,179	0,764	0,979	2,751
M3-mc	0,210	0,799	0,978	2,943

se ajustó nuevamente con todos los datos (n=1.124) obteniéndose los estadísticos de ajuste y predicción (Cuadro 8). Los coeficientes estimados para el modelo final ajustado con todos los datos se presentan en el Cuadro 9. El modelo mixto generó los estimados de los efectos aleatorios (eBLUPs) para cada sujeto, por lo cual fue posible hacer predicciones individuales de la trayectoria de los sujetos.

El modelo mixto corregido ajustado con los datos combinados mejoró considerablemente, en comparación al modelo de efectos fijos (Figuras 4 y 5). Los análisis resi-

Cuadro 8. Criterios de Información y estadísticos de sesgo y predicción para el mejor modelo M2-mc (n=1.124).

Information criteria, and bias and prediction statistics for the best model M2-mc.

Estadísticos de información, sesgo y predicción	Modelo M2-mc-Korf (datos desarrollo + validación)
AIC	1.394
BIC	1.429
MD	0,524
MDA	1,632
IA	0,909
RCME	9,844

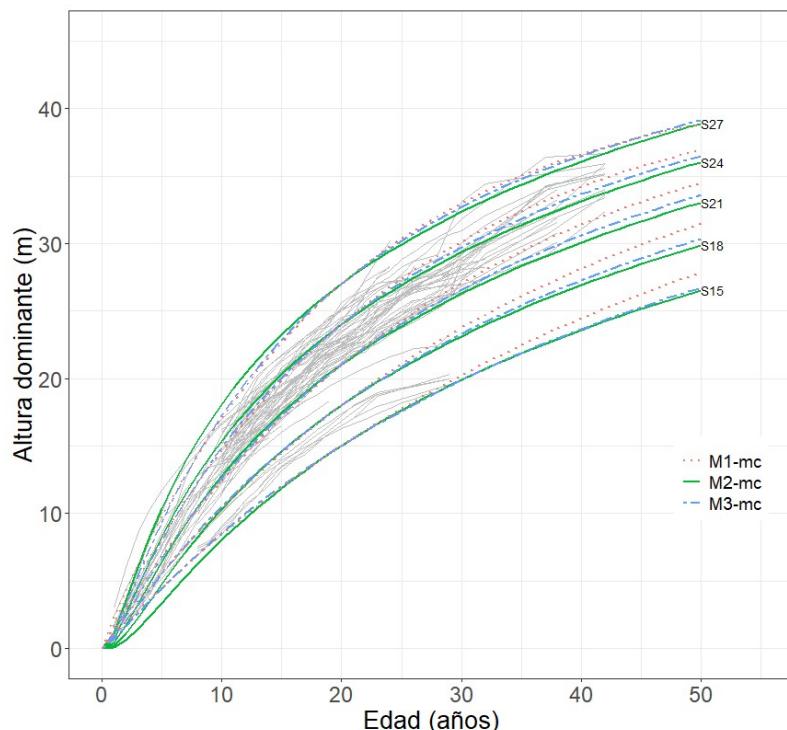


Figura 3. Curvas de índice de sitio superpuestas para los modelos mixtos corregidos-

Site Index curves for the corrected mixed models.

duales para el modelo corregido (M2-mc) no muestran series violaciones a los supuestos del modelo. En el gráfico, se observa un patrón notorio en el gráfico de residuos estandarizados de Pearson vs. valores predichos (Figura 4A) indicando heterogeneidad de varianza y el gráfico Q-Q

Cuadro 9. Coeficientes estimados, estadísticos de sesgo y predicción para el mejor modelo ajustado (M2-mc) empleando todos los datos

Estimated coefficients, goodness-of-fit, and prediction statistics using all data for the best-fit model (M2-mc).

Coeficiente	Valor	Error Estándar	Valor-t	Valor-p
b_0	81,32	5,15	12,32	<0,0001
S	21,07	0,42	66,50	<0,0001
b_2	0,46	0,02	20,15	<0,0001
u_1	0,00	1,99	32,10	<0,0001

plot para la normalidad muestra desviaciones de la normalidad (Figura 4B). Por otra parte, para el modelo corregido, se observaron los residuos concentrados alrededor de cero, con desviaciones máximas entre ± 3 , no observándose una marcada heteroscedasticidad (Figura 4C); mientras que el Q-Q plot (Figura 4D) es aproximadamente lineal indicando una reducción en la desviación de la normalidad. Por otro lado, mientras para el modelo de efectos fijos la autocorrelación de los residuos fue notoria (Figura 5A), para el modelo mixto corregido (Figura 5B) no se observó autocorrelación, ya que la magnitud de los rezagos de orden 1 y superior no sobrepasaron las bandas de confianza.

Construcción de la familia de curvas polimórficas del modelo seleccionado. Las curvas de la familia generada por el modelo M2-mc representan el promedio de las bandas de calidad mostradas en diferentes colores (Figura 6). Las bandas escogidas cubren toda la variabilidad de los datos. En este caso, para datos existentes, se suma o resta a S el estimado correspondiente del error asociado al efecto

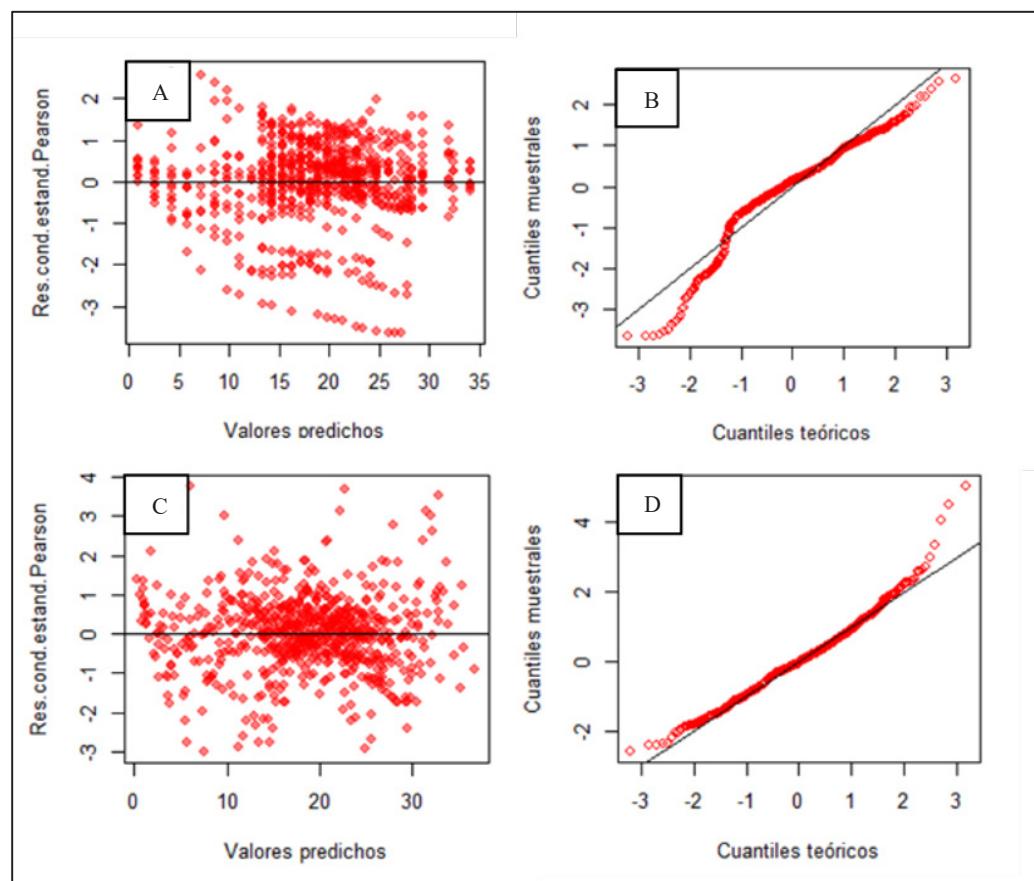


Figura 4. Análisis de residuos para el modelo de M2-mc (todos los datos): A) gráfico de residuos estandarizados versus valores predichos y B) gráfico de normalidad para el modelo de efectos fijos; C) gráfico de residuos y D) gráfico de normalidad para el modelo mixto corregido.

Residual analysis for the Korf model with all data: A) plot of standardized residuals versus predicted values and B) normality plot for the fixed effects model; C) plot of residuals and D) normality plot for the corrected mixed model.

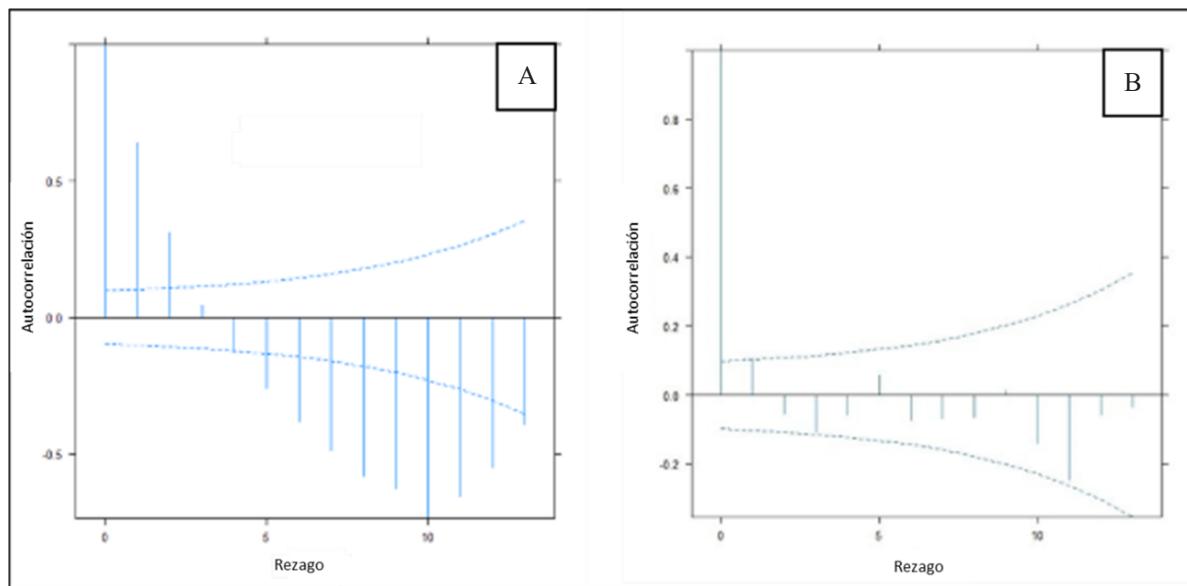


Figura 5. Gráfico de autocorrelación de los residuos: A): modelo de efectos fijos, B) modelo mixto corregido. En B, las líneas verticales dentro de las bandas de confianza para los retrasos de orden creciente indican que no hay autocorrelación en los residuos.

Residual autocorrelation graph. A) fixed effect model, B) mixed model. In B, vertical lines within the confidence band for the lags of increasing order indicate a lack of residual autocorrelation.

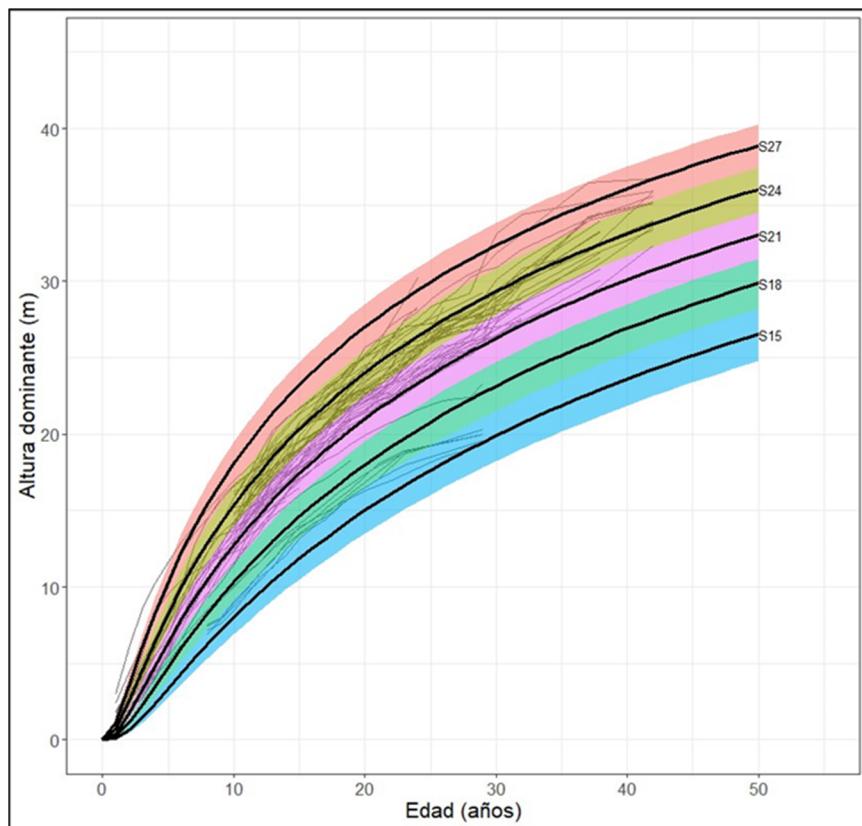


Figura 6. Familias polimórficas de curvas de IS para 27, 24, 21, 18 y 15 m de altura generada con el mejor modelo (M2-mc) con todo el conjunto de datos.

Polymorphic site index curves family for 27, 24, 21, 18 and 15 m from the best model (M2-mc) using the complete dataset.

aleatorio μ_1 de cada sujeto y luego proyectando la curva a cualquier edad. Para la curva promedio, $\mu_1 = 0$. Formas más elaboradas para hacer esta asignación pueden verse en (Torres et al., 2012; Mora et al., 2022).

Incrementos corrientes y medios en altura según índice de sitio. A partir de cada curva de IS del modelo final, se calculó la edad para los máximos incrementos corrientes anuales (ICA) e incrementos medios anuales (IMA) de la altura dominante (Cuadro 10). Dichos máximos se alcanzaron relativamente temprano (3,4 a 7,2 años), con edades

más tempranas, mientras más alto fue el IS (Cuadro 10). El ICA máximo fue $2,117 \text{ m año}^{-1}$ para IS = 27 m (muy alto) y solo $0,82 \text{ m año}^{-1}$ para IS = 15 m (muy bajo). La culminación del IMA ocurrió más tarde que el ICA entre los 5,1 y 13 años con $1,73 \text{ m año}^{-1}$ y $0,67 \text{ m año}^{-1}$ para las mejores y peores calidades de sitio.

Se ajustaron predicciones individuales para los sujetos, haciendo uso del efecto aleatorio correspondiente a cada uno (Figura 7). En general las predicciones de sujetos individuales siguieron las trayectorias de las observaciones con buena aproximación para el intervalo entre 10 y 25

Cuadro 10. Máximos de los incrementos medio y corriente anual (ICA e IMA) de la altura dominante por clase de IS (IS).

Maximum mean and current annual increments (CAI and MAI) of dominant height per site index (SI) class.

IS (m)	Edad ICA _{max} (años)	ICA _{max} (m año ⁻¹)	Edad IMA _{max} (años)	IMA _{max} (m año ⁻¹)
27	3,4	2,117	5,1	1,735
24	4,1	1,675	7,2	1,383
21,67*	4,2	1,420	8,0	1,155
21	4,3	1,342	8,4	1,097
18	5,1	1,057	10,5	0,862
15	7,2	0,822	13,6	0,670

* Curva promedio.

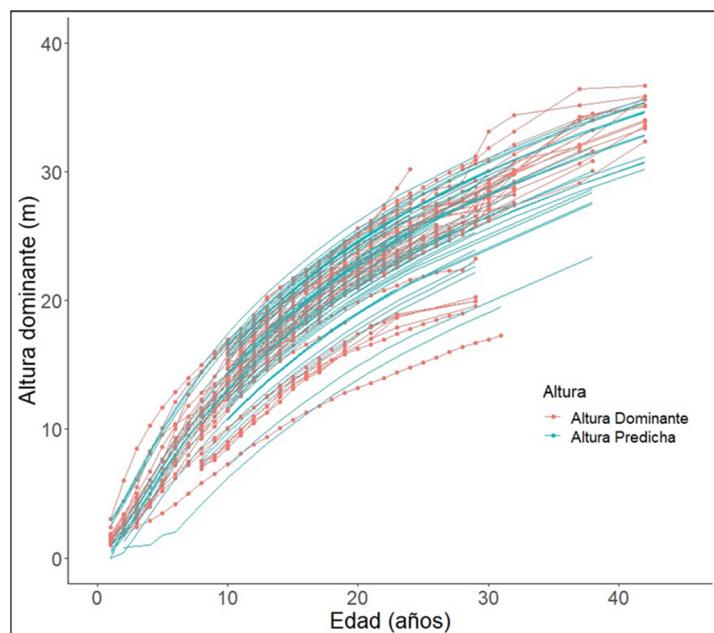


Figura 7. Predicciones individuales para la altura dominante en función de la edad. Líneas rojas con puntos son mediciones; líneas azules son predicciones a partir del modelo M2-mc con todos los datos combinados proyectados de la medición inicial de cada parcela.

Individual predictions for dominant height vs. age. Red lines and dots are measurements, and blue lines show predictions for the model M2-mc projected from the initial measurement in each plot.

años de edad, pero para los peores sitios, las predicciones tendieron a sobreestimar considerablemente a las observaciones, mientras que para las mejores calidades y edades mayores a 30 años las predicciones tuvieron tendencia a subestimar las trayectorias observadas.

DISCUSIÓN

La corrección a la violación de los supuestos del modelo de regresión, así como la incorporación de un efecto aleatorio, implica una considerable mejora en las propiedades estadísticas de los tres modelos probados como se observa en los índices de bondad de ajuste (Cuadro 5). La incorporación del efecto aleatorio, donde se considera la correlación entre medidas de un mismo sujeto también disminuye los efectos de la autocorrelación y la heterogeneidad de varianzas, mejorando las estimaciones de los parámetros y sus errores estándar (Mora et al., 2022).

En general, el comportamiento de los tres modelos probados y sus respectivas familias de curvas son bastante similares, con el modelo M1-mc mostrando valores inferiores durante los primeros años y valores superiores para los años finales de medición. El modelo M1-mc, presenta fuerte polimorfismo, alcanzándose la asíntota común a los 80 años. Los dos modelos restantes (M2-mc y M3-mc), si bien tienden a estabilizarse, no muestra que se vaya a alcanzar una asíntota común, incluso después de los 100 años.

El modelo seleccionado M2-mc de Korf, presenta no solo las mejores propiedades estadísticas, sino también un comportamiento biológico realista, incluso si se consideran índices de sitio más altos o más bajos que los seleccionados.

A nivel mundial se han desarrollado varios modelos de IS para ciprés, encontrándose una amplia variación en las observaciones y modelos empleado. Para los estudios en ciprés, la mayoría de los trabajos utilizaron edades base

entre 15-30 años (Cuadro 11). Los períodos de mediciones continuas están entre 1 y 80 años y los índices de sitio van desde los 12 hasta los 30 m, aunque con variaciones en la edad base escogida. La elección de la edad base es un criterio relativamente arbitrario y depende de varias razones, entre ellas, las edades abarcadas por la muestra, siendo escogida cerca de la edad promedio de los datos. Sin embargo, Teshome y Petty (2000) sugieren que una edad base menor a 15 años puede generar predicciones muy sesgadas, ya que el ciprés no ha superado la etapa juvenil. Por otra parte, la selección a edades avanzadas con pocas observaciones, puede llevar a extrapolaciones inadecuadas.

Al comparar las curvas de M2-mc con las del modelo generado para la misma región de Costa Rica a partir de un modelo de Prodán linealizado de efectos fijos, pero con mediciones hasta 34 años (Figura 8A), se observó que el nuevo modelo hace predicciones más conservadoras a edades avanzadas en los mejores sitios. Igualmente ocurre a edades muy tempranas, donde las predicciones del modelo anterior son mayores y menos variables. En el intervalo entre 10 y 40 años de edad, las curvas son prácticamente iguales. Los ICA e IMA fueron similares, pero los autores incluyeron un IS adicional de 30 m.

Por otra parte, al comparar el nuevo modelo con el desarrollado para Brasil (Dobner Jr 2021) quien usó una cronosecuencia (parcelas temporales entre 6 y 39 años) para desarrollar una familia de curvas anamórficas basadas en el modelo de Richards de efectos fijos; se observó que este predijo mayores alturas dominantes entre los 10 y 20 años de edad, pero después ocurre un aplanamiento considerable (asíntota = 29 m) acentuado en las calidades de sitio más bajas (Figura 8B). Este modelo no representa bien los datos para las clases intermedias, pero se asemeja aceptablemente en las clases más altas y más bajas, indicando que los datos no ajustan bien el comportamiento anamórfico.

Cuadro 11. Intervalo de alturas dominantes observadas a la edad base para varios modelos de índice de sitio desarrollados en América, África y Oceanía.

Range of dominant heights observed at base age for various site index models developed in America, Africa, and Oceania.

Sitio	Edad base (años)	Intervalo Alturas (m)	Autor
Costa Rica	20	13-28	Este estudio
Kenya	20	20-30	Ngugi et al. (2000)
Etiopía	15	18-26	Mamo & Sterba (2006)
Etiopía	30	12-27	Teshome & Petty (2000)
Etiopía	30	15-30	Pukkala & Pohjonen (1993)
Nueva Zelanda	30	15-30	Berrill (2004)
Nueva Zelanda	30	8,8-33,6	Kimberley et al. (2023)
Brasil	20	15-30	Dobner Jr (2021)

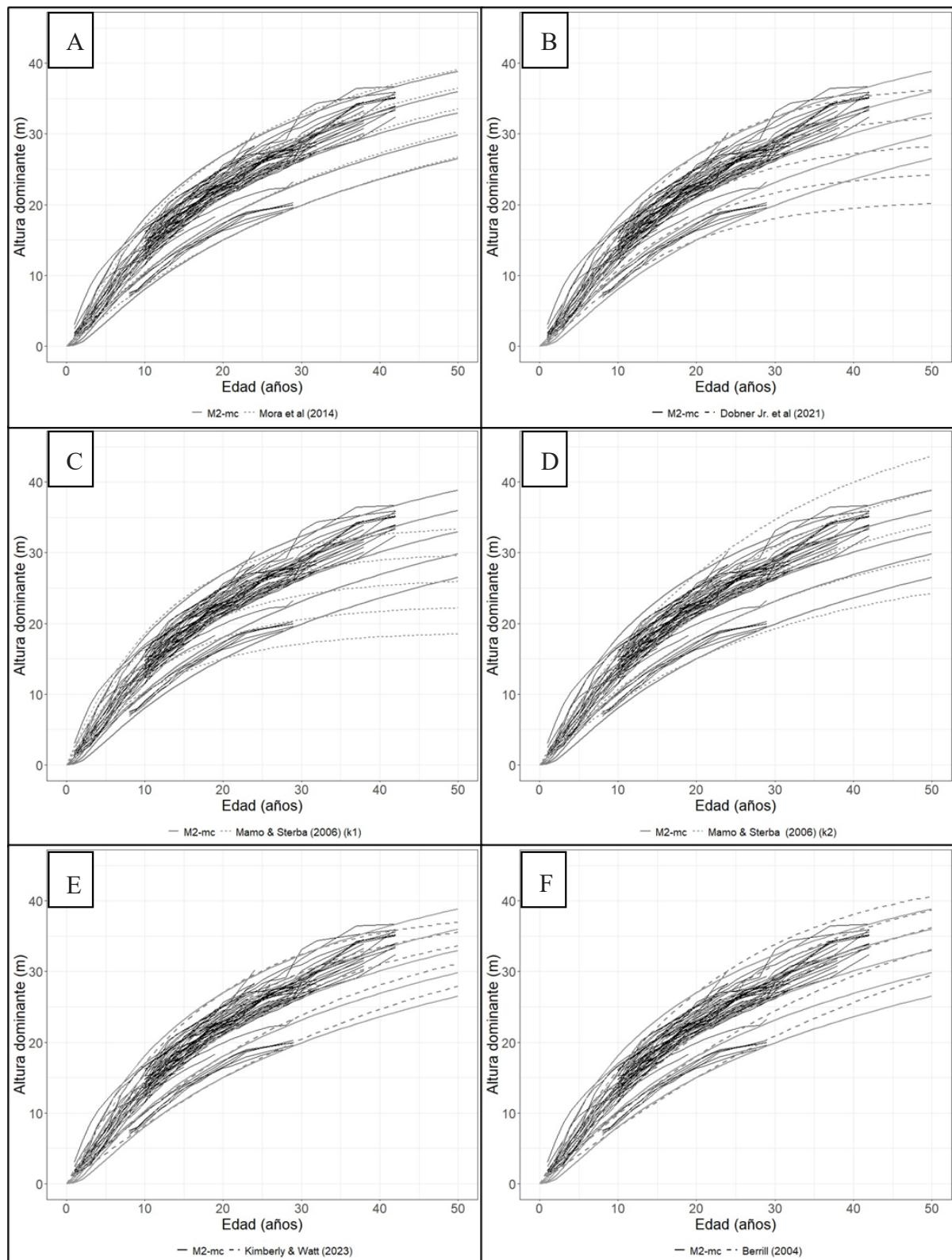


Figura 8. Curvas de índice de sitio y observaciones de crecimiento en altura dominante de este estudio comparadas con otros estudios.

Site index curves and observed dominant height growth observations compared to other studies.

Mamo y Sterba (2006) desarrollaron modelos para tres regiones de Etiopía a partir de parcelas permanentes cubriendo un intervalo entre 7 y 21 años de edad. Los autores usaron el modelo de Richards y no encontraron evidencia estadística de polimorfismo en cada sitio, pero si diferencias en el parámetro de tasa de crecimiento (K) entre sitios y ausencia de punto de inflexión. En un sitio (Figura 8C y D) el comportamiento de las curvas se desvía considerablemente de la tendencia de los datos, con una fuerte subestimación de las clases a mayores edades y aplanamiento asintótico. Para los otros dos sitios (Figura 8d), las tasas de crecimiento son más altas, siendo las curvas de IS intermedias muy similares al presente modelo, pero con una fuerte sobreestimación en las clases más altas y subestimación en las más bajas, desviándose claramente de las trayectorias observadas en los datos.

El modelo polimórfico de Berrill (2004) basado en la función de Richards, tiende a subestimar en las edades intermedias, y a sobreestimar en las edades avanzadas (Figura 8E), mientras Kimberley y Watt (2023) encontraron que un modelo de Korf mixto polimórfico se desempeñó mejor que otras formas funcionales. Su comportamiento es muy similar al modelo seleccionado en este trabajo en el intervalo de datos (Figura 8F) consistentemente las curvas se desplazan hacia la asintota común observándose un claro acercamiento entre las más altas y las más bajas lo que no es aparente en nuestro modelo.

Es importante asociar las curvas de IS con las variables ambientales que lo determinan lo cual ayudaría en la selección de los sitios óptimos para plantar la especie. En este sentido, Watt et al. (2009) asociaron el IS con factores ambientales como la temperatura, profundidad del suelo y contenido de humedad, aspectos genéticos y silviculturales. Ellos encontraron que la productividad del ciprés está relacionada a la temperatura media del aire, encontrando que la especie crece mejor en lugares relativamente más calientes en zonas subtropicales. El clima templado de Nueva Zelanda, no es el más apropiado para el ciprés, sin embargo, entre 1931 y 1999 el IS incrementó en 1,6 m correlacionado con 0,15 °C de incremento en la temperatura media y posiblemente el incremento de CO₂ atmosférico. Igualmente, la ampliación de la base genética mediante programas de mejora con la introducción de diversas procedencias parece ser el principal factor de incremento en IS con el tiempo. También las características de los suelos se correlacionaron con el IS, encontrándose los mejores sitios asociados con suelos profundos con buen contenido de humedad, mientras que suelos secos y superficiales se asociaron con bajos índices de sitio. Suelos poco profundos con capas impermeables y tendencia al anegamiento también afectó negativamente el IS. La fertilidad de los suelos también es un factor importante en el IS del ciprés principalmente la relación C:N y el contenido total de P en los suelos (Watt et al., 2009), siendo los programas de fertilización una forma de incrementar los índices de sitio. Watt et al. (2005) no encontraron una

correlación significativa entre la densidad (arb ha⁻¹) y el índice de sitio.

CONCLUSIONES

La familia de curvas polimórficas basada en el modelo (M2-mc) Korf reparametrizado en función del IS asociado a un efecto aleatorio y corregido para desviaciones de normalidad, heteroscedasticidad y autocorrelación fue superior en términos de bondad de ajuste a los otros modelos no lineales cuando se consideraron solo efectos fijos o mixtos corregidos (M1-mc-Richards y M3-mc-Prodan).

El modelo seleccionado presenta no solo las mejores propiedades estadísticas, sino también un comportamiento biológico realista, incluso si se consideran índices de sitio más altos o más bajos que los seleccionados.

El modelo desarrollado es apropiado para su empleo en la Región Central de Costa Rica y aunque su comportamiento biológico es realista, debe tenerse mucho cuidado al extrapolar a otras regiones, sobre todo a edades muy tempranas, dada la variabilidad del crecimiento del ciprés en diferentes condiciones ambientales.

Se recomienda el establecimiento de la especie en los mejores sitios con productividad muy alta y alta con índices de sitio 27 y 24 m respectivamente a los 20 años, ya que bajo estas condiciones los árboles alcanzan su mejor desarrollo. Por debajo de este rango no se recomienda iniciar una plantación de esta especie, excepto cuando es posible aplicar las medidas correctivas necesarias para mejorar las características del terreno, con el fin de optimizar las condiciones de crecimiento (i.e., fertilizar).

La mayor parte de los sitios contemplados en la muestra, se concentran en las tres mejores clases de calidad de sitio: productividad muy alta, alta y media, principalmente en Tarbaca y San José de la Montaña, con suelos ligeramente menos ácidos y mayores niveles de P, K y Ca. Esto sugiere que la Región Central de Costa Rica cuenta con condiciones muy propicias para el cultivo de *C. lusitanica*.

El índice de sitio es una buena medida de la productividad en rodales plantados monoespecíficos, además, al correlacionarse con las respectivas variables del sitio (clima y suelos), permite para la selección de los mejores sitios para establecer nuevas plantaciones.

Las curvas de IS desarrolladas en este trabajo, son una contribución relevante para elaborar modelos de crecimiento y rendimiento que permitan tomar decisiones más acertadas para el manejo de *C. lusitanica*, bajo diferentes escenarios en la Región Central de Costa Rica.

CONTRIBUCIÓN DE AUTORES

FM, MJ, VM, OC, EC diseñaron el trabajo, contribuyeron al análisis y síntesis de datos, presentación e interpretación de resultados y discusión. RM y AQ contribuyeron al análisis y síntesis de datos, presentación e interpretación

de resultados y discusión. Todos los autores participaron en la preparación del manuscrito.

FINANCIAMIENTO

Este trabajo fue financiado por el vicerrectoría de Investigación de la Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica, bajo el proyecto 023815.

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial a los propietarios de las plantaciones en las cuales se establecieron las diferentes parcelas. Los autores agradecemos a los revisores anónimos que, con sus comentarios, contribuyeron a mejorar este artículo.

REFERENCIAS

- Argueta, P. (2011). Diagnóstico de la situación actual de los incentivos forestales, evaluación de las características de sitio que influyen en el crecimiento y productividad del ciprés común (*Cupressus lusitanica* Miller) en plantaciones forestales y servicios prestados en la región V.2 del Instituto Nacional de Bosques-INAB. [Tesis de licenciatura, Universidad de San Carlos de Guatemala, Facultad de Agronomía].
- Berrill, J. P. (2004). Preliminary growth and yield models for even-aged *Cupressus lusitanica* and *C. macrocarpa* plantations in New Zealand. *New Zealand Journal of Forestry Science*, 34 (3), 272–292.
- Carrero, G., Jerez, M., Macchiavelli, M., Orlandoni, G., & Stock, J. (2008). Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia*, 33(4), 265–272.
- Casanoves, F., Macchiavelli, R., Balzarini, M., & Di Rienzo, J. A. (2022). *Modelos no lineales mixtos: Aplicaciones en INFOSTAT*. Universidad de Córdoba, Grupo InfoStat.
- Chinchilla, O. (1989). *Curvas de índice de sitio para ciprés (*Cupressus lusitanica* M.) en la zona de distribución artificial en Costa Rica*. [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional, Escuela de Ciencias Ambientales].
- Clutter, J., Forston, J., Pienaar, L., Brister, G., & Bailey, R. (1983). *Timber management: A quantitative approach*. Wiley, New York. 333 p.
- Di Rienzo, J. A., Casanoves, F., Balzarini, M., González, L., Tablada, M., & Robledo, C. W. (2022). *InfoStat versión 2022*. Centro de Transferencia InfoStat, FCA, Universidad Nacional de Córdoba. Disponible en: <http://www.infostat.com.ar>
- Dobner, M. Jr. (2021). Growth and yield of even-aged *Cupressus lusitanica* plantations in southern Brazil. *Floresta*, 51(4), 980. DOI: <https://doi.org/10.5380/rf.v51i4.75135>
- García, O. (2011). Dynamical implications of the variability representation in site-index modelling. *European Journal of Forest Research*, 130(4), 671–675. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10342-010-0458-0>
- Groenendijk, J. J. (1983). *Tablas de crecimiento de *Cupressus lusitanica* para el Valle Central de Costa Rica*. Dirección General Forestal.
- Gutiérrez, G. (1989). *Evaluación de la calidad de sitio en plantaciones forestales, con especial referencia a *Cupressus lusitanica* Mill.* [Tesis de licenciatura, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias Agropecuarias].
- Jerez-Rico, M., Moret-Barillas, A. Y., Carrero-Gámez, O. E., Macchiavelli, R. E., & Quevedo-Rojas, A. M. (2011). Curvas de índice de sitio basadas en modelos mixtos para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. f.) en los Llanos de Venezuela. *Agrociencia*, 45, 135–145.
- Kimberley, M. O., & Watt, M. S. (2023). Growth models for even-aged stands of *Hesperocyparis macrocarpa* and *Hesperocyparis lusitanica*. *Forests*, 14(1), 105. DOI: <https://doi.org/10.3390/f14010105>
- Mamo, N., & Sterba, H. (2006). Site index functions for *Cupressus lusitanica* at Munesa Shashemene, Ethiopia. *Forest Ecology and Management*, 237(1–3), 429–435.
- Mora, F., Meza, V., Chinchilla, O., & Chaves, E. (2014). Curvas polimórficas de índice de sitio para *Cupressus lusitanica* en la Región Central de Costa Rica. *Revista Forestal Venezolana*, 58, 7–26.
- Mora-Chacón, F., Jerez-Rico, M., Meza-Picado, V., Chinchilla-Mora, O., & Chaves-Salas, E. (2022). Modelos no lineales mixtos para la construcción de curvas de índice de sitio para *Tectona grandis* Linn. en la Vertiente del Pacífico de Costa Rica. *Revista de Ciencias Ambientales*, 56(1), 28–53. DOI: <https://doi.org/10.15359/rca.56-1.2>
- Nigh, G. (2015). Engelmann spruce site index models: A comparison of model functions and parameterizations. *PLOS ONE*, 10(4), e0124079. DOI: <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0124079>
- Ngugi, M. R., Mason, E., & Whyte, A. (2000). New growth models for *Cupressus lusitanica* and *Pinus patula* in Kenya. *Journal of Tropical Forest Science*, 12(3), 524–541.
- Palahí, M., Tomé, M., Pukkala, T., Trasobares, A., & Montero, G. (2004). Site index model for *Pinus sylvestris* in north-east Spain. *Forest Ecology and Management*, 187(1), 35–47.
- Pukkala, T., & Pohjonen, V. (1993). Yield of *Cupressus lusitanica* in Ethiopia. *Silva Fennica*, 27(3). DOI: <https://doi.org/10.14214/sf.a15672>
- R Core Team. (2020). *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Disponible en: <https://www.R-project.org/>
- Tamarit-Urias, J. C., Rodríguez-Acosta, M., Quiñonez-Barraza, G., & Santiago-García, W. (2022). Nueva ecuación dinámica de altura dominante e índice de sitio para *Pinus chiaensis* (Martínez) Andresen en Puebla y Veracruz, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente*, 28(3), 331–347. DOI: <https://doi.org/10.5154/r.rchscfa.2021.05.030>
- Teshome, T., & Petty, J. A. (2000). Site index equation for *Cupressus lusitanica* stands in Munessa Forest, Ethiopia. *Forest Ecology and Management*, 126 (3), 339–347.
- Torres, D. A., del Valle, J. I., & Restrepo, G. (2012). Site index for teak in Colombia. *Journal of Forestry Research*, 23 (3), 405–411. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11676-012-0277-x>
- Tschinkel, H. (1972). La clasificación de sitios y el crecimiento de *Cupressus lusitanica* en Antioquia, Colombia. *Revista Facultad Nacional de Agronomía*, 27(1), 3–30.
- Wang, M., Borders, B. E., & Zhao, D. (2008). An empirical comparison of two subject-specific approaches to dominant heights modeling: The dummy variable method and the mixed mo-

- del method. *Forest Ecology and Management*, 255(7), 2659–2669. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2008.01.030>
- Watt, M., Palmer, J., Dungey, H., & Kimberley, M. O. (2009). Predicting the spatial distribution of *Cupressus lusitanica* productivity in New Zealand. *Forest Ecology and Management*, 258(3), 217–223. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.foreco.2009.04.003>
- Watt, M. S., Coker, G., Clinton, P. W., Davis, M. R., Parfitt, R., Simcock, R., Garrett, L., Payne, T., Richardson, B., & Dunningham, Y. A. (2005). Defining sustainability of plantation forests through identification of site quality indicators influencing productivity: A national view for New Zealand. *Forest Ecology and Management*, 216, 51–63.

Recibido: 22.01.2025

Aceptado: 12.04.2025