

C. D. O.: 651

ESTRATEGIA OPTIMA DE CORTA DE NIVEL DE RODAL EN
PLANTACIONES DE *PINUS RADIATA**

M. Meneses V.; B. Olivares P.

SUMMARY

A dynamic programming model for thinnings and harvest in *Pinus radiata* D. Don is presented. State vector for various thinnings regimes is obtained from the RADIATA simulator which also controls the dynamics of the model and generates the basic network.

The model potentiality is illustrated with an example which only considers physical variables in the objective function.

RESUMEN

Se presenta un modelo de programación dinámica para la determinación de la estrategia de raleos y corta final en rodales de *Pinus radiata* D. Don. El vector de estado para las diferentes intensidades de raleos se obtiene del simulador RADIATA, que controla la dinámica del modelo y genera la red básica.

Un ejemplo que considera sólo variables físicas en la función objetivo muestra la potencialidad del modelo.

INTRODUCCION

El problema básico del manejo forestal es la elección de un programa óptimo de

tratamientos silvícolas durante la vida de cada uno de los rodales de una empresa. Los tratamientos que se consideran normalmente en un programa de manejo van desde la selección de una densidad inicial, momento, intensidad y frecuencia de raleos hasta determinación de la edad de rotación.

En Chile se dispone de antecedentes confiables relativos sólo a la decisión de raleos y corta final, por lo que en el presente estudio son sólo estas alternativas las que se consideran. En consecuencia, el problema se traduce en contestar las siguientes interrogantes para un rodal de *Pinus radiata* D. Don:

1. Cuándo ralear
2. Qué intensidad aplicar a cada uno de los raleos.
3. Cuándo hacer la corta final

Diversos modelos han sido utilizados para la solución de este problema. Los modelos tradicionales —análisis marginal, por ejemplo— no permiten la determinación simultánea de todas las actividades consideradas.

El hecho que este problema pertenezca a la categoría de problemas de multidecisión, donde las últimas decisiones dependen de aquellas que las preceden y por lo

(*) Investigación financiada por la Dirección de Investigación y Desarrollo de la Universidad Austral de Chile.

tanto la optimización debe ser hecha en una secuencia definida, lleva a considerar a la programación dinámica como un método adecuado para su solución.

ANTECEDENTES BIBLIOGRAFICOS

El problema de determinación de la rotación óptima de un bosque ha sido uno de los más ampliamente estudiados en la literatura forestal (Gaffney 1960; Bentley, Teegarden, 1965; Davis, 1966). El procedimiento tradicional para resolver el problema no considera la interdependencia entre la decisión de raleos consecutivos y largo del proceso de producción. La primera solución a la optimización conjunta de ambas variables de decisión la presentaron Chapelle y Nelson (1964). Ellos usaron dos ecuaciones simples de crecimiento en volumen y mediante análisis marginal determinaron los niveles de densidad que maximizan el beneficio neto por año y por producto. Luego, dados un nivel de densidad inicial, el nivel de densidad óptimo y el modelo de crecimiento en volumen, ellos determinaron el volumen a extraer por raleo en cada período de corta para una longitud de rotación fija. Usando esta información y datos de costos e ingresos fue determinada la rotación óptima mediante el clásico modelo de Faustmann.

En un desarrollo posterior, Amidon y Akin (1968) demostraron como podía usarse la programación dinámica para obtener las mismas soluciones de Chapelle y Nelson (1964). El método de programación dinámica es más eficiente y permite la consideración práctica de un número mayor de alternativas, pero requiere tratar la variable tiempo en términos discretos y especificar el intervalo de densidad. Amidon y Akin definieron cada nodo por su densidad volumétrica, con intervalos de 1000 pies tablares entre puntos y para la edad del rodal, con intervalos de 5 años entre puntos.

Risvand (1969) resolvió el problema de corta mediante programación dinámica utilizando tres descriptores de estado (volumen, diámetro y altura) y como única variable de control el grado de raleo. Como función objetivo empleó la maximización del valor presente. Este modelo tiene las mismas características del de Amidon y Akin (1968) aunque es uno de los pocos que considera el incremento en diámetro como una función del cociente de volumen y diámetro dentro de la función objetivo.

Schreuder (1971) propuso que el programa de raleos, intensidad de ellos y rotación podría ser fácilmente optimizado en forma simultánea si la corta final era definida como una situación extrema de raleo.

Brodie *et al* (1978) usaron un modelo de programación dinámica de dos descriptores de estado. Este modelo no podía tratar explícitamente la aceleración del crecimiento asociado con raleos más intensivos. Posteriormente Brodie y Kao (1979) construyeron un modelo de tres descriptores: número de árboles comerciales, área basal comercial y edad, y como función objetivo la maximización ya sea del ingreso neto actualizado o del valor potencial del suelo. El modelo está estructurado como una red de programación dinámica con nodos discretos para los descriptores. El algoritmo empleado por ellos trata estos nodos como localizaciones de memoria en la vecindad ("neighborhood storage locations") para valores continuos exactos de los descriptores. La ventaja de este método, señalan sus autores, es evidente por el uso más eficiente de las memorias disponibles al representar la superficie continua de producción con un número limitado de nodos.

Finalmente Chen *et al* (1980) presentan detalladamente la derivación matemática de un modelo de programación dinámica discreto en el tiempo y continuo en los estados.

EL ALGORITMO DE PROGRAMACION DINAMICA

El problema planteado fue estructurado como una red de programación dinámica cuya representación resumida aparece en la figura siguiente:

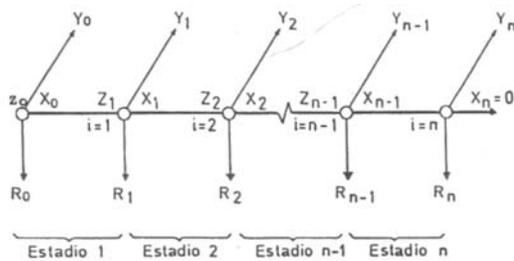


Fig. 1. Representación resumida de la red de programación dinámica.

Condensed illustration of the dynamic programming network.

Cada arco de red representa el paso de un estadio a otro, lo que en la realidad corresponde al crecimiento que experimenta el rodal.

Sea el estado del sistema al principio del estadio $(i + 1)$:

Partiendo de un estado inicial $x_i = 0$ en el estadio 1, la variable de estado crece hasta un valor Z , donde $Z_1 = 1$ representa el valor que alcanza la variable de estado al final del estadio 1.

Cada nodo de la red representa la opción de corta elegida (Y_i) en cada momento del tiempo. La opción de corta elegida ($Y_i = k$) da origen a un retorno dado (R_i) sea éste de carácter físico (m^3 de madera superior a 20 cm. por ejemplo) o de carácter económico (retorno neto de la venta del volumen extraído), dependiendo del objetivo de manejo de la empresa.

Existirán tantos nodos por estadio como alternativas u opciones de corta se planteen. En el estadio 1 la variable $X_i=0$ puede tomar sólo un valor por nodo. Al aplicar en cada nodo las alternativas de raleo u opciones, el rodal crece en función

del valor que asume $X_i=0$ y en los nodos correspondientes al nivel del estadio 1 ($X_i=1$) se procede a ralear nuevamente. Por lo tanto, para cada nodo del estadio, se generan tantos $X_i=1$ como alternativas de raleo existan y de allí que en cada nodo habrá tantos valores $X_i=1$ como arcos lleguen a él. En cada nodo se almacena aquel valor de $X_i=1$ que maximice la función de resultados elegida. En caso de presentarse más de una alternativa con valor máximo, se almacenan todos ellos. El proceso se repite hasta el estadio n.

Una característica fundamental del algoritmo de solución es la elección del paso óptimo de un nodo, ubicado al final del estadio i , a otro, ubicado al comienzo del estadio $(i + 1)$. Este se realiza evaluando la función de resultado al final del estadio n. Es decir, para un nodo cualquiera perteneciente al estadio i se proyecta el bosque, pasando por un nodo específico del estadio $(i + 1)$, hasta la edad de rotación, acumulándose el volumen que "arrastra" el nodo del estadio i , el volumen raleado en el nodo del estadio $(i + 1)$ y el volumen logrado en la edad de rotación debido exclusivamente a la opción estudiada (nodo del estadio $(i + 1)$). Este proceso se repite para cada nodo del estadio i y finalmente se elige aquel que contribuye en mayor medida con la opción del nodo del estadio $(i + 1)$.

Esta característica introduce en el modelo una forma concreta de determinar la edad óptima de rotación. Esta se obtiene sensibilizando la solución óptima de un nodo en la etapa i , de acuerdo a diversas edades de rotación. De esta forma dos nodos pueden tener más de un arco óptimo e incluso uno para cada edad de rotación considerada.

Aun cuando lo natural sería incluir aquí la relación de recursión y condición de borde, se ha preferido presentar éstas en términos apropiados a la aplicación en la sección siguiente.

UNA APLICACIÓN

Con el fin de demostrar la operacionalidad del modelo propuesto, en adelante MOR (Modelo Optimizador de Rodales), se procedió a determinar la estrategia óptima de corta en diversos rodales de *P. radiata*. A continuación se presenta el caso de un rodal cuyas características iniciales aparecen a continuación:

- Edad : 14 años
- AreaBasal : 32 m²/há.
- Altura dominante : 18 m
- Nº de árboles/Há. : 1,400

Se supuso que el empresario desea maximizar el volumen acumulado de madera para un índice de utilización de 20 cm, de la o de las explotaciones efectuadas durante la vida del rodal.

La edad de rotación N a determinar se supone dividida en un determinado número de períodos n, donde n = 14,16, 18....,N. Se definieron como variables de estado las siguientes: (1) número de árboles residuales por hectárea, (2) área basal residual por hectárea y (3) diámetro medio, todas referidos al principio del estadio (i + 1).

Como variable de control (Y_i) se considera el % de área basal extraída al final del estadio i. Y_i se hizo variar en valores discretos desde, 0, 10, 15, 20, 25....60, 100%. El primer valor implica no ralear y 100% significa corta final.

La función a optimizar es:

$$f_i(X_{i-1}) = \max_{y_i} \left\{ V_i(Y_i) + f_{i-1}(X_{i-2}) \right\}$$

sujeto a:

i) $X_i = (1-Y_i) (X_{i-1} + G_i)$

ii) $X_i \geq \alpha$

(*) IU : índice Utilización.

para Y_i = 0, 10, 15, 20, 25.60, 100.

i = 14, 16, 18. N

donde:

f_i (X_{i-1}) = Volumen acumulado de madera IU* = 20 cm evaluado al final del estadio i para la condición inicial ^x i - 1

V_i (Y_i) = Volumen de madera IU = 20 cm extraído en la alternativa Y_i al final del estadio i más el volumen obtenido al final de la rotación debido exclusivamente al régimen Y_i.

G_i = Crecimiento del vector de estado proporcionado por RADIATA, simulador del crecimiento desarrollado recientemente en Chile (Morales *et al*, 1981).

X_i = Estado del sistema al principio del estadio i+1.

α = Parámetro límite de las variables del vector de estado (número de árboles y área basal).

La condición inicial es:

f₁₄ (N, Ab, DG) = V

donde:

V : representa el volumen de IU = 20 cm existente al principio del estadio 14 (o inicial),

N : el número de árboles,

Ab : el área basal y

DG : el diámetro del árbol de área basal media

En términos del objetivo elegido — maximización del volumen para IU = 20 cm— la rotación óptima se alcanzará a los 30 años, edad máxima a la que puede crecer el rodal según la base de datos que sustenta RADIATA.

En el caso del rodal de 14 años descrito, dicho óptimo implica la realización de 1 raleo. Si se compara este óptimo con

distintos esquemas planteados (*) se puede comprobar que MOR supera a la mejor solución en un 2.3% en tanto que si se hubiera elegido el peor de los casos planteados (en el que no se aplican raleos) MOR la habría superado en un 39.5%.

Estas diferencias entre la solución óptima obtenida mediante MOR y aquellas soluciones de esquemas elegidos arbitrariamente se presentan en todas las situaciones en que se hizo la comparación. En el cuadro siguiente se muestra un resumen de los resultados de comparaciones efectuadas con distintos rodales.

De acuerdo a las cifras presentadas en el Cuadro 1, la solución óptima entregada por MOR supera entre un 1.8 y un 47.4% las soluciones resultantes de esquemas de raleo planteados arbitrariamente. Este amplio margen indica sin más las enormes proyecciones que puede tener el uso de un optimizador como el descrito.

Si se piensa en los modelos de regulación (o programación de la corta) que utilizan el método de programación lineal; estos modelos requieren el planteamiento a priori de esquemas de raleos para distintas edades de rotación. MOR proporcionará el esquema óptimo para cada uno de los períodos posibles de considerar la corta del rodal, con lo que a no durar mejoraría sensiblemente la solución óptima que entrega un modelo de Programación Lineal.

Una aplicación más trivial sería en el caso de pequeños propietarios que sólo están interesados en la optimización a nivel de rodal. MOR permitirá el análisis simultáneo de raleos y corta final.

Igualmente en el futuro será posible agregar tratamientos diversos de espaciamiento inicial, fertilización, sólo variando en cuanto a descriptores de estado y definición de nodos.

Cuadro 1. Resumen de resultados para distintos rodales, obtenidos al comparar solución óptima MOR con soluciones de esquemas elegidos en base a la experiencia.

Comparison of results for various stands through MOR optimal solution and ready-reckoner regimes.

| Rodal N° | Cond. iniciales | | Mejor solución | | | Solución MOR | | | Peor solución | | | |
|-------------|-----------------|-------|--------------------|---------|------|--------------|---------|------|---------------|---------|------|------|
| | Edad (años) | N/há | A. Basal (m/há) | V 20 | DG | N/há | V 20 | DG | N/ha | V 20 | DG | N/há |
| 1 | 8 | 1.700 | 15 | 834 | 32.4 | 937 | 849 | 35.2 | 735 | 576 | 27.5 | 1070 |
| 2 | 10 | 1.700 | 24 | 606 | 31.1 | 1035 | 640 | 36.9 | 633 | 442 | 27.8 | 1069 |
| 3 | 10 | 1.500 | 27 | 722 | 31.2 | 1050 | 753 | 34.7 | 782 | 601 | 30.1 | 962 |
| 4 | 14 | 1.400 | 32 | 652 | 30.0 | 1065 | 667 | 32.8 | 817 | 478 | 27.4 | 1025 |
| 5 | 16 | 1.600 | 38 | 500 | 30.4 | 914 | 532 | 34.9 | 628 | 370 | 25.8 | 1143 |
| 6 | 18 | 1.700 | 40 | 551 | 29.6 | 914 | 566 | 29.0 | 1007 | 538 | 25.2 | 1550 |

(*) Para este efecto se utilizaron aquellos esquemas de manejo utilizados en Morales et al (1981). pp. 82-83.

REFERENCIAS

- AMIDON, L.; AKIN, S. 1968. Dynamic programming to determine optimum levels of growing stock. For. Sc. 14: 287-291.
- BENTLEY, W.; TEEGUARDEN, D.E. 1965. Financial Maturity: A theoretical Review. For. Sci. 11: 76-87.
- BRODIE, J.; ADAMS, D.M.; KAO, CH. 1978. Analysis of economic impact on thinning and rotations for Douglas-fir using dynamic programming. For. Sci. 24: 513-522.

- BRODIE, J.; KAO, CH. 1979. Optimization of thinning regime in Douglas-fir using three descriptor dynamic programming to account for accelerated diameter growth. *For. Sci.* 25. 10: 471-483.
- CHAPPELLE, D.E.; NELSON, T.C. 1964. Estimation of optimal stocking levels and rotation ages of loblolly pine. *For. Sci.* 10: 471-483.
- CHEN, CH.M.; ROSE, D.; LEARY, R.A. 1980. Derivation of optimal Stand Density over time - A discrete Stage. Continuous State Dynamic Programming Solution. *For. Sci.* 26: 217-227.
- DAVIS, P. 1966. *Forest Management: regulation and valuation*. 2ed. New York. Mc. Graw-Hill. 519 p.
- GAFFNEY, M. 1960. Concepts of financial maturity of timber and other assets. A.E. Information Series. N° 62 Raleigh. North Carolina State College. 105 p.
- HANN, D.W.; BRODIE, D. 1979. Even-aged management: Basic Management Questions and Available or potential techniques for answering Them. (Mimeo.)
- KILKKI, P.; VAISANEN, U. 1969. Determination of the Optimum cutting policy for the forest stand by means of dynamic programming. Helsinki. *Acta Forestalia Fennica* 102: S-23.
- MORALES, R.; WEINTRAUB, A.; OLIVARES, B.; PETERS, R.R. 1981. Modelo para el manejo de plantaciones de Pino insignne. Chile. Proyecto PNUD/FAO/CONAF/CHI/76/003. Documento de Trabajo N° 36.
- NASLUND, B. 1969. Optimal rotation and thinning. *Forest Sci.* 15: 446-451.
- RISVAND, J. 1969. Economic analysis of cutting programs applying Dynamic Programming. In: *Readings in Forest Economics*. Oslo. Universitetsforlaget.
- SCHREUDER, G.F. 1971. The simultaneous determination of optimal thinning Schedule and rotation for an evenaged stand. *For. Sci.* 17: 333 - 339.

Recibido Septiembre 1984

Los autores

MARIO MENESES. Ingeniero Forestal, Prof. Instituto de Manejo Forestal, UACH. Casilla 567 - Valdivia - Chile.

BENJAMIN OLIVARES: Ingeniero Forestal, Prof. Instituto de Manejo Forestal, UACH. Casilla 567 - Valdivia - Chile.