Estudios Pedagógicos XLIII, N° 2: 333-354, 2017

INVESTIGACIONES

Observando el aula de formación inicial: desarrollando conocimiento matemático para la enseñanza en dos casos de formación de profesores de educación básica

Observing the teachers' education classroom: developing Mathematical Knowledge for Teaching in two cases of primary teachers' education

Rodrigo Ulloa Sánchez,[a] *Horacio Solar Bezlaminovic*[b]

[a]Universidad Católica de la Santísima Concepción
Correo electrónico: rulloa@ucsc.cl

[b]Pontificia Universidad Católica de Chile
Correo electrónico: hsolar@uc.cl

RESUMEN

El presente artículo describe la experiencia de dos formadores de profesores al usar textos específicos para la formación de profesores de educación básica, en el conocimiento que se supone necesario para la enseñanza de la matemática. Se presentarán los resultados principales de este estudio de dos casos obtenidos a partir de la observación directa de clases, así como de entrevistas a los formadores. En particular, se describirán algunas de las prácticas de formación de profesores observadas en el aula, así como las reflexiones de los formadores respecto de la práctica propia de formación, entre las que se destaca la observación de un evento en donde el formador aprende desde su práctica durante la clase. Por otra parte, se manifiestan formas distintas de reflexión y de fundamentación de la propia práctica, aparentemente asociados al tipo de conocimiento matemático que se promueve.

Palabras clave: formación inicial docente, conocimiento pedagógico del contenido, conocimiento base para la enseñanza, formadores de profesores, enseñanza de la matemática.

ABSTRACT

This paper describes the experience of using specific texts for the education of primary teachers, in the knowledge supposed as necessary for teaching mathematics. The main results of this two case study will be presented, obtained from direct lessons observation, and from reflections of the teachers' educator about the very practice of preparing teachers for math teaching. In particular, we'll describe the observed practices of the future teachers' educators, and the reflections about their own practice, highlighting an event where the teacher educator learns from his practice during the lesson. In other hand, different ways of reflection and justifications for the teaching practices were observed, apparently related to the type of mathematical knowledge promoted.

Key words: preservice teacher education, pedagogical content knowledge, knowledge base for teaching, teacher educators, mathematics education.

1. PROBLEMA

Desde hace más de una década que en Chile, informes y estudios (por ejemplo Brandt, 2010; Manzi et al., 2012) han dejado en evidencia la problemática de la formación inicial docente (FID): programas de formación desarticulados, de escasa relación entre la formación disciplinar y profesional, y entre teoría y práctica, en donde muchos académicos creen que "para enseñar lo único que se requiere es conocer el contenido o materia" (MINEDUC, 2005, p. 46). Esto es cierto en particular en matemática, donde estos antecedentes se pueden vincular con otros estudios que han revelado un bajo nivel de conocimientos para la enseñanza en los profesores tanto nóveles como experimentados (Ávalos & Matus, 2010; Brandt, 2010; Rodríguez et al., 2013).

La FID en general se conceptualiza como un sujeto de políticas macro-educativas o como campo de investigación, perdiendo muchas veces de vista que es también un campo de prácticas (Da Ponte, 2012); es esta última conceptualización la que nos interesa. Las experiencias, el conocimiento y las concepciones determinan o condicionan las prácticas de enseñanza de cualquier profesor (Stylianides & Ball, 2008); según nuestra premisa, esto es también válido para los formadores de profesores (Watson & Mason, 2007).

Contreras (2014) detectó que los formadores de profesores se auto-representan como ejemplos de relación teoría-práctica, y reviste interés identificar si tal relación se sostiene. Un problema general de investigación es, por tanto, el estudio de las prácticas de enseñanza de los formadores de profesores, en particular respecto de la articulación, por ejemplo, entre el discurso del formador y sus prácticas de formación. Será importante buscar evidencia de esta relación. Es así que el problema de nuestra investigación es la relación entre las prácticas de enseñanza de formadores de profesores, en relación al discurso específico, teórico, de un texto para la formación de profesores para la enseñanza de la matemática.

El propósito de la presente investigación fue describir las prácticas de enseñanza que emprenden los formadores de profesores de educación básica, en el contexto del uso de un texto diseñado en consideración del conocimiento matemático necesario para la enseñanza de la matemática. Este conocimiento necesario es producto de la interpretación de los estándares orientadores de formación inicial (CPEIP, 2012) por parte del equipo elaborador de los textos.

Nuestro marco teórico tiene dos fuentes principales. La primera de ellas, seleccionada debido a la naturaleza del contenido de los textos, es el modelo de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, *Mathematical Knowledge for Teaching*) (Ball, Thames & Phelps, 2008). La segunda fuente, seleccionada para analizar las prácticas de formación, es la praxeología de la Teoría Antropológica de lo Didáctico o TAD (Chevallard, 1999). La elección se basa en nuestro postulado de que las dimensiones del MKT que el formador realmente trabaja debieran verse reflejadas, en cuanto es conocimiento en acción, en la naturaleza de un cierto tipo de tareas matemáticas que el formador asigna a sus estudiantes de pedagogía durante la realización de su clase, y que son susceptibles de ser descritas bajo esta praxeología.

2. MARCO TEÓRICO

Se describirán brevemente las nociones de las fuentes teóricas principales, formuladas con el objetivo de articular posteriormente con la metodología del estudio. En primer lugar, se describirán los elementos centrales del modelo MKT y de sus dimensiones. Posteriormente, se describirán las nociones centrales de la praxeología de análisis de prácticas docentes, según la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).

2.1. EL MODELO MKT

La ya clásica presentación de Shulman (1987) ubica el concepto de conocimiento pedagógico del contenido (PCK) en una región entre el conocimiento disciplinar y el conocimiento pedagógico, describiéndolo como "la capacidad de un profesor de transformar el conocimiento del contenido que posee en formas pedagógicamente poderosas y, aun, adaptables a las variaciones en habilidades y contextos presentados por los estudiantes" (p. 15). Diversos estudios han asignado validez empírica a este conocimiento (Ball, Hill & Bass, 2005; Hill, Rowan & Ball, 2005; Krauss, Baubert & Blum, 2008; entre otros), lo que ha permitido presentar nuevos y refinados modelos asociados a este.

Deborah Ball propuso una teorización más completa del PCK, con foco en determinar cuál es el conocimiento matemático para la enseñanza, el cual se compondría del conocimiento matemático propiamente tal, así como del conocimiento pedagógico del contenido (Delaney et al., 2008).

El aporte de Ball y su equipo radica no solo en la propuesta de un mapeo del conocimiento que el profesor debe poseer para emprender la implementación de currículos matemáticos en educación primaria, sino también en la identificación de un conocimiento especializado propio de la tarea de enseñar, distinto del conocimiento de la matemática escolar, o bien, de la pedagogía asociada a la enseñanza de la matemática (Hill, Ball & Schilling, 2008; Varas et al., 2013). A continuación, se describen muy brevemente los elementos del modelo MKT, adaptados desde Ball et al. (2008).

Conocimiento disciplinar del contenido

- Conocimiento del contenido común (CCK): es la matemática escolar; constituye un conocimiento factible de ser utilizado en contextos ajenos a la enseñanza.
- Conocimiento especializado del contenido (SCK): conocimiento profundo y específico de la matemática escolar; innecesario en contextos ajenos a la enseñanza. Es empleado cuando se diseñan, ejecutan o evalúan tareas instruccionales.
- Conocimiento del horizonte matemático (HCK): conocimiento de relaciones entre los conocimientos matemáticos escolares y el contexto curricular. Es reflexivo: establece conexiones y limitaciones del conocimiento matemático escolar, reconociendo la forma y dirección en la que evoluciona.

Conocimiento pedagógico del contenido

- Conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS): Se constituye en torno a la relación entre las respuestas y errores frecuentes de los alumnos, y la especificidad de determinado contenido matemático. Permite anticipar escenarios, respuestas y dificultades, y opera al momento de tomar decisiones respecto de la selección de las tareas, representaciones y demanda cognitiva en función de sus alumnos.
- Conocimiento del contenido y su enseñanza (KCT): permite el diseño de la instrucción, y es puesto en juego al evaluar las ventajas y desventajas de emplear

cierta tarea o cierta representación en contextos de implementación curricular.

- Conocimiento del contenido y del currículum (KCC): constituye la dimensión institucional/legal del conocimiento de la matemática escolar. Permite analizar un marco curricular y emitir juicios respecto de este.

Se han dedicado esfuerzos por hallar evidencia empírica de la existencia de estos dominios; en tal sentido, el conocimiento del contenido y de los estudiantes ya ha demostrado empíricamente una fuerte multidimensionalidad que sugiere la necesidad de estudios que permitan profundizar sobre este (Hill et al., 2008). Hill et al. (2005) hallaron que el MKT de profesores es un factor relevante sobre el desempeño de sus estudiantes y otros estudios posteriores han reportado hallazgos similares. Escudero y Sánchez (2007) reportaron al MKT como un fuerte factor de las prácticas de profesores, en particular, destacando el impacto en los procesos de planificación y adaptación de las tareas matemáticas de una clase. Baumert et al. (2010) han reportado que los dominios del conocimiento pedagógico del contenido que el profesor posee tiene un alto poder predictivo del rendimiento de sus estudiantes, más alto que el mero conocimiento disciplinar. Estos resultados revisten particular importancia, ya que establece el conocimiento que debe tener un profesor, y por tanto genera condiciones sobre el tipo de contenido que debe abordar un programa de formación, ya que

> la estructura y sintaxis del contenido afecta procesos instruccionales y requiere de una experticia de enseñanza específica, la cual puede ser adquirida a través de entrenamiento formal y de experiencia docente reflexiva […] nuestros resultados confirman la relevancia de estas formas de experticia específica del profesor para una enseñanza y aprendizaje en alumnos de alta calidad. (Baumert et al., 2010, pp. 165-166).

Esta idea sustenta la hipótesis subyacente a este marco referencial de que el conocimiento subyacente a las relaciones entre conocimiento, alumnos y enseñanza es también matemático, por cuanto su estructura la determina y condiciona.

2.2. PRAXEOLOGÍA DE LA TAD

El análisis de la praxis de un docente es uno de los problemas fundamentales de la didáctica contemporánea. De los distintos modelos de análisis, la TAD (Chevallard, 1999) ofrece herramientas que permiten operacionalizar las prácticas de enseñanza, en relación explícita a la forma que el conocimiento a enseñar adquiere en el contexto de las instituciones humanas. La importancia de contar con un enfoque epistemológico radica, por una parte, en resultados de investigaciones que apuntan a que un profesor podrá cambiar sus prácticas de enseñanza si se modifican su modelo epistemológico (Gascón, 2001; Turner et al., 2011). Por otro lado, en este marco se propone el análisis del saber matemático en la problemática didáctica, como medio para el estudio de fenómenos de enseñanza que tienen un componente matemático fundamental (Espinoza et al., 2008; Solar et al., 2011).

La hipótesis subyacente señala que "el proceso de estudio de un tipo de problemas desemboca en la reconstrucción institucional de organizaciones o praxeologías matemáticas de complejidad creciente" (Bosch & Gascón, 2004, p. 10). Esta reconstrucción es identificada en lo particular por Shulman (1987), en términos que su programa busca, entre otras cosas, estudiar el modo en que los profesores transforman el conocimiento en representaciones escolares comprensibles. Esta transformación constituye un concepto central dentro de la TAD (Chevallard, 1999), para cuyo estudio se propone la noción de organización matemática (OM), que se compone de cuatro categorías de elementos: tipos de problemas o tareas, técnicas, tecnología y teoría. Sobre estos elementos, se incorpora la dimensión de un contexto amplio, el milieu (Watson & Mason, 2007), que corresponde al medio a través del cual el aprendiz interactúa con la tarea matemática; la operacionalización de este medio, en tanto es un soporte de la intencionalidad de una tarea, se puede lograr a través de la identificación y control del medio, es decir, de sus condiciones didácticas (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2002; Watson & Mason, 2007).

Los elementos de la praxeología utilizada en este estudio, basados en los trabajos de Chevallard (1999), así como en los usos observados en Espinoza et al. (2008) y Solar et al. (2011), son los siguientes:

- Tarea Matemática: actividad que requiere del uso de conocimiento matemático para ser enfrentado. Es parte del saber-hacer que caracteriza una familia de problemas; por tanto, sirve como medio para el aprendizaje.
- Técnica: es la manera de realizar una tarea matemática. Pueden existir distintos grados de adecuación de la técnica empleada a la tarea realizada. Además, para realizar una tarea matemática bajo determinadas condiciones didácticas, puede existir una determinada técnica óptima.
- Tecnología: estudio del conjunto de técnicas en relación a cierto tipo de tareas y sus condiciones asociadas; corresponde a los elementos que permiten describir, explicar y hacer inteligibles las técnicas o procedimientos matemáticos que se realizan.
- Condiciones didácticas: características controlables de la tarea matemática, que permiten controlar la dificultad, complejidad y enseñabilidad de esta, lo que permite una mayor o menor eficiencia, eficacia o pertinencia de distintas técnicas o estrategias.

Al ser controladas por un profesor, las condiciones didácticas pueden favorecer en un estudiante el construir, reconstruir o utilizar nuevos procedimientos o técnicas, que se ajusten por adaptación a la tarea en este medio modificado. Es en este cambio de las técnicas, y de las justificaciones subyacentes, donde se jugaría la posibilidad del aprendizaje.

2.3. TAREAS MATEMÁTICAS Y MKT

La noción de tarea matemática se ha manifestado en la literatura científica norteamericana vinculándose con el modelo MKT, lo que justifica el uso de ambas categorías. Watson y Mason (2007) reconocen que lo que aprenden tanto estudiantes como profesores en formación está profundamente determinado por las tareas matemáticas que son asignadas. Una tarea comprende según estos autores, en un sentido completo, la actividad que emprenden los alumnos, el cómo ellos se relacionan e interactúan con ella, la gestión del profesor o formador, y la reflexión y aprendizaje empírico que surge al enfrentar dicha tarea. Es claro que estas nociones se pueden describir a través de la praxeología descrita. De este modo se ofrecen medios para aproximarse a nociones señaladas por Zaslavsky (2007) como fundamentales en el estudio de las tareas matemáticas, las cuales son su estructura (la tarea en sí misma), su presentación (definidas por sus condiciones), y el uso y experiencia de los aprendices frente a la tarea (sus técnicas). Esta autora valoriza estas nociones, por cuanto formadores efectivos son aquellos que emprenden tareas cuidadosamente diseñadas, resultado de un conocimiento que relaciona matemática, pedagogía y la epistemología de los estudiantes, y que además genera efectos muy beneficiosos para los procesos de enseñanza-aprendizaje como para los mismos profesores. Chapman (2013) reconoce la existencia de un conocimiento sobre las tareas matemáticas, que incluye la comprensión de la naturaleza, utilidad e intención de una tarea, la habilidad de identificar seleccionar y crear tareas ricas en potencial, conocimiento sobre la demanda cognitiva de las tareas y su relación con los propósitos, conocimiento sobre los estudiantes (intereses, ideas previas, experiencias), comprensión sobre cómo las condiciones de la tarea influencian a los alumnos que la emprenden, y conocimiento sobre los aspectos de la tarea que deben ser destacados o focalizados para lograr el propósito de la tarea sin disminuir su demanda cognitiva.

Estudios recientes han reportado resultados similares que confirman los planteamientos de Watson y Mason, Chapman y Zaslavsky (Charalambous, 2010; Rojas, Flores & Carrillo, 2015, entre otros).

3. METODOLOGÍA

La investigación se diseñó y realizó bajo un enfoque cualitativo, basado en el estudio interpretativo de casos múltiples (Stake, 1998; Rodríguez, Gil & García, 1999), considerando el requerimiento de estudiar el fenómeno en su contexto natural, bajo intervención de referentes teóricos operando en forma explícita.

3.1. PARTICIPANTES. RECOLECCIÓN DE DATOS

La investigación se realizó en el marco del proceso de pilotaje de los textos elaborados en el proyecto Fondef ReFIP, en particular, sobre la experiencia del texto "Geometría", al que en adelante llamaremos "texto ReFIP". Este pilotaje consideró a académicos de las regiones Metropolitana y Biobío, pero por limitaciones geográficas y del proceso de testeo del recurso sobre una cantidad reducida de formadores, se decidió el estudio de dos casos en Concepción. El primero de ellos, de seudónimo Aldo, es candidato a Doctor, con experiencia en formación docente de entre 10 y 20 años. El segundo, a quien denominamos Esteban, es Magister con menos de 5 años de experiencia. Ambos poseen el título de Profesor de Matemática.

Respecto del contexto institucional de los participantes, en el caso del formador Aldo la universidad es de ingreso selectivo, en una asignatura de 2do año con nombre genérico "Introducción a la matemática II", que aborda contenidos de varios ejes curriculares de la asignatura. Por su parte, en el caso del formador Esteban se refiere a una universidad de ingreso no selectivo, en un curso de 2do año con nombre genérico "Geometría", que aborda contenidos de geometría euclidiana.

Con el objeto de dar cuenta de la experiencia de uso del texto, se abordó la dimensión "prácticas de enseñanza en relación al conocimiento matemático", que fue estudiada a partir de dos fuentes primarias de datos: la observación directa y filmación de clases del formador (tres clases por formador), y entrevistas semi-estructuradas posteriores a la observación de las clases (dos por formador).

3.2. ESTRATEGIA DE ANÁLISIS

Las prácticas de enseñanza se analizaron a través de la praxeología previamente descrita (Chevallard, 1999). En particular, se abordó el estudio de las tareas, sus condiciones y técnicas, de su nivel de articulación interna (a través de la relación entre estos elementos y la justificación matemática), externa (en relación con las condiciones propiciadas por el texto), y comparada (entre casos). A lo anterior se incorporó como categoría el dominio del conocimiento que se estaba propiciando e intencionando, para lo cual se emplearon los dominios del modelo MKT (Ball et al., 2008). Cabe consignar que, para esta última unidad de análisis, los dominios del MKT no se han caracterizado para ser utilizados como un instrumento para el análisis de la práctica de un formador, por lo que se requirió una primera instancia de elaboración de indicadores para cada una de las dimensiones del MKT, descritos como conductas observables en la realización de las TM por parte de los futuros profesores. Esta elaboración pasó por la validación de un conjunto de especialistas en el modelo: 2 doctores en didáctica de la matemática, 1 ingeniero matemático y formador de profesores, 1 magister en educación.

Estas categorías fueron aplicadas en un proceso general de análisis (Rodríguez et al., 1999), empleando una metodología de comparación constante (Flick, 2007) y bajo estrategias específicas de control de calidad (Stake, 1998), basadas en triangulación interna (multi-método), externa (por los especialistas mencionados) y con la teoría. La comparación constante y articulación de los datos a través de las categorías permitieron posteriormente la reducción y descripción del fenómeno.

4. PRINCIPALES RESULTADOS

Es importante considerar como contexto, el hecho que los textos ReFIP emplearon el modelo MKT como fuente para su elaboración. Por tanto, son textos diseñados para promover la apropiación de conocimiento matemático para la enseñanza en futuros profesores. Por tanto, las prácticas de uso del texto, en cuanto son prácticas de enseñanza basadas en el uso de un dispositivo específico, ofrecen la posibilidad de indagar en el desarrollo de este conocimiento MKT a partir de la comparación con las oportunidades que el texto ofrece.

Como se señaló, los dominios del MKT se describen como dominios de conocimiento; fue necesario, por tanto, elaborar indicadores de gestión de aula que mostraran que se estaba promoviendo la apropiación o estudio de tales dominios. Así, se identificaron y caracterizaron un conjunto de acciones por parte del formador, que permitieran asegurar que se estaba abordando contenido propio de alguna de estas dimensiones del conocimiento.

En la Tabla 1 se presenta la caracterización de los dominios, considerando los descriptores más relevantes de los utilizados en la investigación:

Tabla 1. Caracterización de acciones que promueven MKT, por dominio

Dominio	Descriptores
Conocimiento común del contenido (CCK).	Resuelve las TM asignadas a los estudiantes.
	Presenta respuestas o definiciones.
	Identifica respuestas correctas y corrige las incorrectas.
Conocimiento especializado del contenido (SCK).	Expone y presenta ideas matemáticas.
	Selecciona y justifica el uso de representaciones.
	Controla la complejidad de una TM.
Conocimiento del contenido y de los estudiantes (KCS).	Anticipa respuestas y dificultades de los alumnos.
	Selecciona la complejidad de una tarea en función de los alumnos.
Conocimiento del contenido y de su enseñanza (KCT).	Secuencia actividades y tareas.
	Evalúa ventajas y desventajas instruccionales del uso de representaciones.
Conocimiento del contenido y del currículum (CCC).	Analiza el marco curricular matemático.
	Analiza la relación entre actividades y representaciones y el marco curricular.
Conocimiento del horizonte matemático (HCK).	Reflexiona sobre las conexiones y limitaciones del conocimiento matemático escolar.

Fuente: elaboración propia.

Esta formulación se basa en la teoría de los autores recién citados y considera además los antecedentes teóricos (ver una completa síntesis en Depaepe, Verschaffel & Kelchtermans, 2013) que han revelado que la manifestación o apropiación de los dominios de conocimiento tienen efectos sobre la práctica docente; esto tiene como consecuencia que el conocimiento matemático tiene como contexto, en este estudio, el conocimiento engarzado en las demandas de las tareas propias de la acción docente. Así, los dominios pueden ser detectados a partir de conductas específicas asociadas a ellas.

4.1. EL CASO DEL FORMADOR ALDO: CONSTRUYENDO TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

La secuencia de clases observadas corresponde a la unidad “Construcciones y transformaciones geométricas”. A través de conversaciones previas con el formador, se pudo determinar que la unidad se inició con una muy breve contextualización respecto de la presencia de la geometría en el mundo, para luego asignar como tarea la construcción de figuras geométricas y de transformaciones isométricas, la cual no fue finalizada en dicha clase. Las filmaciones y observaciones se iniciaron a partir de la clase siguiente, en la que se retoma la tarea que quedó pendiente.

En lo que respecta a las prácticas de uso del texto por parte del formador, este fue utilizado solo como fuente de problemas y ejercicios. Se observó que el formador pide a los futuros profesores construir transformaciones isométricas sin haber estudiado previamente los procedimientos. Así, se observó que en la gestión de las tareas matemáticas predominantes existen diferencias tanto en las condiciones didácticas sustantivas como en los procedimientos impulsados, respecto de las actividades del texto. En la Tabla 2 se muestran algunos ejemplos de estas diferencias.

Tabla 2. Análisis de las prácticas de enseñanza, formador Aldo, clase 2

TM seleccionada por el formador.		Construir geométricamente un rombo.	Construir geométricamente la rotación de un punto.
Condiciones Didácticas de la TM	Presentes en el texto	Procedimiento disponible. Medida del lado arbitraria.	Objeto y centro arbitrarios. Ángulos arbitrarios. Concepto “rotación” y procedimientos disponibles.
	Controladas por el formador	Procedimiento no disponible. Medida del lado arbitraria.	Objeto y centro arbitrarios. Ángulos arbitrarios y convenientes (90°, 180°).
Técnicas y procedimientos	Propuestas por el texto	Basada en construcciones geométricas elementales: copia de segmentos, mediatriz, copiar y bisecar un ángulo.	Construcciones geométricas elementales: copia de segmentos, mediatriz, copiar y bisecar un ángulo.
	Impulsada por el formador	Ninguna. Se impulsó el uso del material de construcción: regla para trazar, compás para medir.	Ninguna.
Efecto de la TM sobre los estudiantes de pedagogía.		Se observaron dificultades en proponer procedimientos para resolver la tarea. Finalmente, el formador tuvo que mostrar cómo se resolvía el problema.	Ninguno de los alumnos pudo resolver la tarea. El formador propuso analogías de movimiento y el uso de ángulos “fáciles”.

Fuente: elaboración propia.

Se puede apreciar que, en la clase observada, el formador emprende tareas de naturaleza netamente matemática, principalmente procedimentales, sin componentes de explicación ni justificación matemática de los procedimientos o propiedades en estudio. Estos elementos permiten señalar que el formador focaliza el estudio del bloque práctico de la OM subyacente. De hecho, y en complementación con la idea anterior, se puede apreciar también que el formador busca en forma explícita no describir ni fundamentar el uso de procedimientos específicos, sino que espera que los alumnos los descubran o activen. Por ejemplo, al presentar las actividades sobre la reflexión de figuras, el formador señala a sus estudiantes:

> *El tema de la reflexión, conceptualmente, no es algo que hayamos visto todavía; hasta el momento, como una reactivación de nuestros esquemas mentales, y la reflexión tiene que ver con reflejarse en un espejo.* (Clase 2).

Se observa que el formador usa imágenes o analogías como herramienta de gestión de las actividades y de retroalimentación a los procedimientos de los alumnos, las que en algunos casos son adecuadas, pero en otras oportunidades se presentan en forma desconectada del conocimiento en sí mismo. Se puede apreciar que una de estas analogías, la reflexión como la imagen de un espejo, es desaconsejada en el texto ReFIP por las dificultades que genera.

La gestión del formador para sus clases, por tanto, transcurre en forma independiente del texto, lo que permite afirmar que el formador ha usado el texto solo como una fuente de ejercicios o problemas que en ocasiones él mismo resuelve, dejando a los estudiantes en un rol de observadores pasivos. Más aun, su declaración explícita de activación de esquemas mentales daría cuenta de que el texto se está utilizando en el contexto de una metodología específica, intencionada e independiente del texto.

4.2. EL CASO DEL FORMADOR ESTEBAN: CARACTERIZANDO CUERPOS GEOMÉTRICOS

La secuencia de clases observadas corresponde a la unidad “Cuerpos geométricos” del programa del curso. La primera clase fue tipo cátedra, en la que el formador expone los conocimientos matemáticos como un requisito previo para la práctica, lo que da cuenta de un enfoque muy tradicional de enseñanza de la matemática. La segunda clase se concibió como una práctica de los contenidos previos y se utilizó una actividad del texto ReFIP para tal efecto. Al iniciar la clase, el formador present**ó** la primera de las actividades, para lo cual entrega a los grupos cuerpos poliedros y escribe en la pizarra la siguiente instrucción, extraída del texto:

> *Observa las siguientes representaciones de cuerpos geométricos y dibuja en tu cuaderno la forma geométrica que resulta al juntar por sus bases los cuerpos geométricos.* (Clase 2).

Luego de algunos minutos, el formador pide a representantes de cada grupo que dibuje las representaciones halladas. Se observa que ninguna de las respuestas es correcta, ya que en la composición de los cuerpos los alumnos no identifican correctamente las bases de estos. Este hecho reviste particular importancia, considerando dos elementos: el primero, el formador ya había expuesto los contenidos y, por tanto, esperaba que el curso respondiera correctamente a la actividad; y el segundo, el texto ReFIP explicitaba claramente que la actividad estaba diseñada para manifestar la dificultad observada[1]. Por tanto, las condiciones didácticas de la actividad fueron lo suficientemente fuertes como para desplegar respuestas a pesar de la formación previa. Cabe consignar dos cosas: el formador no leyó las orientaciones de la actividad, y la actividad pudo desplegar el potencial intencionado gracias a que el formador no modificó las condiciones de realización de la actividad, a

[1] En general, el texto piloto no incluía sugerencias para la gestión. No obstante, la actividad observada sí traía dichos elementos, señalando orientaciones sobre los conocimientos asociados a los dominios CCK, SCK, KCS y KCT.

diferencia del caso anterior. Lo anterior se puede visualizar al observar en la Tabla 3 algunas prácticas de enseñanza, contrastadas con el diseño de las actividades del texto.

Tabla 3. Análisis de las prácticas de enseñanza, formador Esteban, clase 2

TM seleccionada por el formador.		Identificar cuerpos.	Identificar la base de prismas y pirámides.
Condiciones Didácticas de la TM	Presentes en el texto	Cuerpos: prismas y pirámides. Cuerpos disponibles.	Cuerpos: prismas y pirámides. Cuerpos disponibles.
	Controladas por el formador	Cuerpos: prismas y pirámides. Cuerpos disponibles.	Cuerpos: prismas y pirámides. Cuerpos disponibles.
Técnicas y procedimientos	Propuestas por el texto	Prismas: identificar dos caras basales y laterales (p.189). Pirámides: identificar la cúspide como punto común de todas las caras menos la base (p. 191).	Identificar un par de caras que cumplen con las siguientes condiciones: poligonales, congruentes y paralelas (p. 245).
	Impulsada por el formador	Prismas: identificar las caras paralelas como bases. Pirámides: identificar la cúspide, como lugar de encuentro de las aristas laterales.	Observar el cuerpo “de frente”, identificar las caras que son paralelas (prismas), o bien, la cara que queda abajo al dejar la cúspide hacia arriba.
Efecto de la TM sobre los estudiantes de pedagogía.		Tal como el texto anticipaba, los estudiantes tuvieron algunas dificultades en identificar los cuerpos de la actividad, en particular, el prisma de base triangular.	Tal como el texto señalaba, los estudiantes tuvieron dificultades en identificar la base de los cuerpos, al creer que esta es la cara de apoyo de un poliedro.

Fuente: elaboración propia.

Se observa que el formador no modifica las condiciones didácticas del problema original. Este hecho es muy importante, por cuanto las respuestas (correctas o incorrectas, adecuadas o inadecuadas) de las y los alumnos coinciden con la información presentada por el texto. No obstante, las respuestas de los alumnos fueron sorprendentes para el formador, lo que permitió observar al formador aprendiendo durante la realización de su clase. Profundizaremos más adelante sobre este evento en el punto 4.4.

4.3. LAS DIMENSIONES DEL MKT ABORDADAS

Luego de analizar la presencia de los distintos dominios del conocimiento matemático para la enseñanza, se pudo concluir que ambos formadores desarrollan en forma casi exclusiva el conocimiento común del contenido matemático escolar. Este desarrollo se manifiesta tanto en las tareas matemáticas asignadas como en el discurso de los formadores.

Es muy importante establecer el contraste con los dominios abordados por el texto, por cuanto esta comparación permite dimensionar las prácticas de uso al arrojar luces sobre las concepciones y elecciones de los formadores.

Para el primer caso, la Tabla 4 expone un comparativo entre los dominios del conocimiento matemático abordado por el formador Aldo, respecto de los dominios abordados por las páginas y secciones utilizadas efectivamente por estos docentes. Esta tabla se ha construido con los descriptores de los dominios, expuestos al inicio de este capítulo de resultados.

Tabla 4. Dominios del conocimiento matemático abordados por el formador Aldo, versus los desarrollados por el texto ReFIP

Formador Aldo	Evidencia
CCK	Resuelve las TM asignadas a los estudiantes: Cuando alumnas dicen “No entiendo”, el formador muestra cómo se hace la reflexión. Presenta respuestas o definiciones: “*Transformaciones isométricas. Transformaciones. O sea, algo que se transforma. Isométrica, ¿qué significa? […]. Igual medida, ¿cierto? O sea, es una transformación que implica igual medida*. Identifica y corrige producciones correctas e incorrectas: “*No tienen que usar la regla para medir. Recuerden que aquí las construcciones geométricas no se usa la medición de la regla; se supone que la regla no tiene medidas*”.
TEXTO: ejemplos desde secciones utilizadas y/o referidas por el formador	Evidencia
CCK	Resuelve las TM asignadas a los estudiantes: pp. 139-145, uso de la escuadra y compás.
SCK	Expone y presenta ideas matemáticas; Selecciona y justifica el uso de representaciones: pp. 114, desarrollo de idea “isometría” y su relación con la congruencia; pp. 117-121, relación de la reflexión con sus representaciones.
KCS	Anticipa respuestas y dificultades de los alumnos: p. 122, dificultades del uso de analogía reflexión/espejo.
KCC	Analiza la relación entre actividades y representaciones y el marco curricular: pp. 127-130, recursos para la enseñanza.
HCK	Reflexiona sobre las conexiones y limitaciones del conocimiento matemático escolar: pp. 133-135, representaciones de isometrías.

Fuente: elaboración propia.

La gestión del formador está fuertemente focalizada en el dominio CCK. En primer lugar, tanto en su discurso como en las actividades no hay relación con el aula de enseñanza básica ni con sus alumnos. El formador expone definiciones matemáticas y en algunos casos las ejemplifica con representaciones que pueden generar algún tipo de dificultad, sin establecer las relaciones que justifican que sus ejemplos cumplen tal función, y que además no necesariamente tienen relación directa con los procedimientos que se busca que alumnas y alumnos descubran. Si bien interpreta y adapta el contenido matemático del texto ReFIP, en las entrevistas explica que lo hace con intención explícita de expresar los conocimientos en términos propios y comunes, en reconocimiento que los significantes son individuales. Sí se observó un par de prácticas asociadas a evaluar explicaciones matemáticas y de selección de representaciones con fines específicos (conceptuales versus procedimentales), pero estos aparecen esporádicamente por lo que es muy probable que no sean parte de la metodología del formador, al menos para implementar la asignatura en cuestión.

Un segundo hecho que justifica la ausencia de manifestaciones de elementos propios del KCS del formador en clases radica en el hecho de no reconocer, o bien, decidir no utilizar las definiciones formales y bien caracterizadas en el texto ReFIP. Esto es importante, por cuanto el formador no controla la complejidad de las tareas asignadas, en particular, la asociada a la forma en la que el conocimiento se presenta.

Se observó en el formador Aldo un modelo didáctico explícito, basado en la construcción de conocimiento a partir de la modificación de esquemas mentales individuales. La evidencia señala que este modelo está fuertemente arraigado en el discurso, constituyendo y soportando sus concepciones y posiciones. Los objetivos que se propone son matemáticos producto de las características del programa de la asignatura que así lo establece, y son los que privilegia. De acuerdo a lo señalado, la asignatura ofrece la oportunidad de profundizar en otros dominios del conocimiento, pero esta oportunidad está condicionada por las características del grupo curso: si el grupo de alumnos tiene carencias, bastará que los alumnos construyan un conocimiento que se aproxime al conocimiento matemático intencionado. De este modo, la presencia de un fuerte marco conceptual supeditaría el uso del texto a concepciones y prácticas ya instaladas.

En lo que respecta al formador Esteban, se observa la misma predominancia del dominio CCK. A continuación (Tabla 5), se muestran los resultados de los dominios abordados, en contraste con los ofrecidos por el texto.

Tabla 5. Dominios del conocimiento matemático abordados por el formador Esteban, versus los desarrollados por el texto ReFIP

Formador Aldo	Evidencia
CCK	Resuelve las TM asignadas a los estudiantes: "*Lo que pasa es que el cuerpo geométrico puede estar ubicado de distintas maneras. Pero tengo que identificar las bases.* [Ubica el cuerpo en posición prototípica] *Las caras de las caras laterales van a ser las que están aquí alrededor*". Presenta respuestas o definiciones: "*Cuando estamos hablando de un prisma regular, fíjense, la base que tengo acá, (…) está siendo paralela con la base que está aquí arriba, que también forma un cuadrado. Ya tengo dos bases en un prisma. Acá, chiquillos. Dos bases, un prisma*". Identifica y corrige producciones correctas e incorrectas: "*Vayamos viendo entonces la primera pregunta que les hice. Este cuerpo geométrico entonces, ustedes me dijeron, ¿cuál era este?* [Muestra un cubo] *Quiero que por favor me argumenten. Hace rato me dijeron que este era un cuadrado. (…) O, ¿por qué podemos decir que no es un cuadrado?*".
KCS	Anticipar respuestas y dificultades de los alumnos: el formador no lo aborda en forma directa como parte de su discurso, sino que descubre la fuente de la dificultad observada durante la clase.
TEXTO: ejemplos desde secciones utilizadas y/o referidas por el formador	Evidencia
CCK	Presenta respuestas o definiciones: pp. 188-189, caracterización y clasificación de polígonos: p. 194. Resuelve las TM asignadas a los estudiantes: Regla de Euler desde una tabla de datos.
SCK	Expone y presenta ideas matemáticas: pp. 186-187, sobre las clasificaciones de cuerpos: pp. 224-226, redes, problemas.
KCS	Anticipa respuestas y dificultades de los alumnos: p. 240, dificultades y errores.
KCT	Secuencia actividades y tareas: pp. 211-216, secuencia de trabajo de tránsito cuerpos/ figuras.
KCC	Analiza el marco curricular matemático: pp. 231-235, análisis curricular.
HCK	Reflexiona sobre las conexiones y limitaciones del conocimiento matemático escolar: pp. 186-187, sobre las clasificaciones de cuerpos geométricos.

Fuente: elaboración propia.

Al igual que el caso anterior, las tareas matemáticas presentadas en clases corresponden a actividades propias de la matemática escolar: identificar, caracterizar y componer poliedros, armar poliedros a partir de sus redes, establecer relaciones entre el número de caras, aristas y vértices. Por otra parte, se observan manifestaciones de prácticas asociadas al SCK, pero en forma muy incipiente y no sustantiva a la clase. Por ejemplo, en la identificación de los sólidos regulares el formador relaciona el origen de los nombres con un procedimiento de recuerdo de la clasificación. También estableció lo importante de identificar la base de un prisma o de una pirámide para el futuro cálculo del volumen de estos cuerpos, lo que podría haber sido identificado como evidencia de coherencia longitudinal. No obstante, estos comentarios buscan hacer surgir la necesidad de valorar el conocimiento en estudio, el cual no deja de ser escolar, razón por la cual no se consideró este dominio como observado.

Se puede concluir, por tanto, que los formadores asignan tareas, o bien, emplean un discurso focalizado exclusivamente en el mero conocimiento de la matemática escolar, la misma matemática que los niños de educación básica deben aprender, excluyendo por tanto el desarrollo de un conocimiento profesional especializado.

Se pudo observar a este formador realizar un comentario asociado al KCS, en relación al conocimiento de las dificultades de los alumnos frente a una tarea matemática. No obstante, el análisis identificó que el formador no formuló la frase con intención de divulgación de conocimiento, sino como una reflexión personal. Este evento merece ser descrito con mayor detalle, por cuanto permitiría postular relaciones entre las condiciones didácticas de realización de tareas matemáticas en futuros profesores con los dominios del conocimiento que dicha tarea permite abordar.

Se observó en las reflexiones de este formador que carece de un modelo didáctico explícito, reconociendo como fuentes de su práctica a su propia formación docente, tradicional, y al contexto institucional del programa de la asignatura y de la estructura de la carrera. Aun así, es importante hacer notar que el modelo didáctico implícito en las reflexiones del formador es similar al propuesto por el formador Aldo, en donde la experimentación de una actividad genera un cambio en los alumnos, lo cual se traduce en un aprendizaje. No obstante, se interpretan dos diferencias esenciales. La primera radica en la importancia de la naturaleza de la actividad para generar un aprendizaje en los futuros profesores. La segunda de ellas radica en la importancia de la naturaleza de las producciones de los futuros profesores, ya que los errores que los alumnos pueden cometer son un tipo de conocimiento que un formador debe tener, por cuanto se promueve una selección y gestión eficiente de los procesos de formación.

4.4. OBSERVANDO AL FORMADOR EN FORMACIÓN

La actividad de composición de cuerpos de las 2da clase del formador Esteban no fue resuelta por ninguno de los alumnos, evento inesperado para el formador, aun cuando el texto ReFIP anticipaba la emergencia de esta dificultad. Obsérvese con atención el siguiente extracto de un momento de sistematización del formador, quien está describiendo las características del prisma de base triangular, el cual había sido identificado incorrectamente como una pirámide por varias/os alumnas/os:

> ¿Sería una cara basal o sería una cara lateral? Sería una cara lateral, tendrías que mirar el cuerpo geométrico d*e esta manera; identificar que esta es la base, que es paralela*

> *ahí arriba, y las caras laterales, que son las que van cortando este cuerpo geométrico que finalmente se transforma en un prisma de base triangular, o en este caso, en una base cuadrada, o de base rectangular. Ahora, ojo con esto. Si… yo…* [Habla para sí] *Quizás por ahí va la confusión de que esto es una pirámide, porque si lo miran así… claro, pareciera que estuviera mirando una pirámide, en incluso desde lejos, porque ni siquiera voy a tener la perspectiva del dibujito, o del cuerpo geométrico.* [Se vuelve a dirigir al curso] *Pero piensen que, para partir de una pirámide, tiene que tener una cúspide, todas las aristas de las caras laterales llegan a un punto en común que se llama cúspide o arista, ¿ya? Pero en este caso, no cumple con esa condición. No cumple esa condición. Ahora, ¿cuándo cumple la condición de prisma?*

El formador está realizando la gestión cuando descubre el motivo por el cual los estudiantes habían cometido el error. En este instante, deja de dirigirse a los alumnos y reflexiona un momento en voz alta, en primera persona, respecto de lo que ocurre. En este extracto se puede interpretar que el formador adquiere un tipo de KCS sobre sus propios estudiantes: descubre que las condiciones de la actividad producen un error a propósito de una dificultad en la identificación de las caras basales de un cuerpo. Lamentablemente, producto de la rapidez con que aparece esta contingencia, el formador continúa con la caracterización del cuerpo, sin profundizar.

Por tanto, ni las tareas ni el discurso del formador manifiestan que se busca desarrollar el KCS sobre los futuros profesores; pero el hallazgo de un formador que aprende sobre la matemática y sus estudiantes -de pedagogía- es un resultado muy interesante. En entrevistas posteriores, junto con reconocer que no esperaba las respuestas, cree identificar intenciones detrás de la actividad, algo novedoso para él, aunque estas intenciones son conjeturadas principalmente en función de los resultados de esta:

> *La principal utilidad era… verificar si habían… claro, si había una total comprensión o una comprensión mayor… acerca de las definiciones de los cuerpos geométricos. Incluso ahí pude verificar que… había ciertos errores, ciertas dificultades… en la misma comprensión de la conceptualización que se hizo durante la clase anterior.*

Al consultar sobre la naturaleza de este propósito o utilidad, el formador señala que este no es puramente matemático, con lo cual se deja ver un reconocimiento de que la enseñanza de la matemática tiene dimensiones que él, con inseguridad, denomina como didáctica:

> *Yo creo que… [suspira]… los estudiantes a través de esta actividad desarrollan una dimensión… como… una dimensión… ¿didáctica, podríamos decir? Desarrollan una… no sé si habilidad, pero por lo menos… depende de otra perspectiva, un aprendizaje de un concepto… básico, por ejemplo, geométrico, o… de cuerpo geométrico. […] Van a… a una dimensión un poquito más… no sé si es correcto decir dimensión didáctica, pero… si no tengo idea qué es… es una cuestión que se me ocurre en el momento, pero… pero van a trabajar con el cuerpo geométrico mismo, desde lo concreto, viendo sus propias características, viendo sus propios elementos, sus propias… no sé, características y elementos que tenga este mismo cuerpo geométrico, y desde ahí empezar a comparar, a clasificar con otros cuerpos geométricos, empezar*

a… a dar quizás una definición incluso personal, y después comparar quizás con una definición formal que tienen. Y no llegar de manera impositiva con… una definición.

Los resultados de la actividad mostrarían entonces que la actividad genera por sí misma condiciones para que los futuros profesores experimenten y, por tanto, aprendan un tipo de conocimiento que se manifiesta en las prácticas de enseñanza.

Esta idea anterior se ve reflejada en la evaluación que el formador realiza de su propia práctica. Recordemos que el formador realizó una clase expositiva de definición y caracterización de cuerpos, y una segunda clase de práctica y aplicación de los conceptos estudiados, clase que no obtuvo los resultados esperados. Esta contingencia permite al formador reflexionar sobre la opción de haber abordado estas dos clases en un orden diferente, posibilidad que no solo considera como plausible, sino que, a la luz de los temas señalados en el párrafo anterior, considera como una mejor opción de formación. Así en el siguiente extracto el formador señala que los errores observados habrían sido un mejor punto de partida para caracterizar los cuerpos que haber partido solo por la definición:

Yo creo que volvería a usar la actividad, pero creo que no la haría como segunda clase, como se hizo ahora. Quizás partiría al revés. Y fíjate que quizás partiría al revés probando… y haciendo la comparación de lo que fue ahora, por ejemplo, hacer lo expositivo [primero] y lo concreto después, y verificar qué sucede con lo inverso… porque no he tenido la experiencia de hacerlo así. Y empezar a comparar: cuál… A pesar de que son contextos totalmente distintos, y eso se entiende, pero finalmente tú… por último, tienes la experiencia de trabajar con esas dos actividades, o con la actividad, pero de manera inversa, y sacar alguna experiencia favorable o desfavorable […]. [Al invertir el orden de las clases] creo que se rescatarían los mismos errores que se rescataron… haciéndolo en la segunda actividad, pero de esos mismos errores partiría con la… o entregar la definición… formal, o… llegar a alguna lluvia de ideas, y alguna cosa así. Este cuento fue al revés, y lo que hicimos fue verificar que no habían aprendido los conceptos, quizás no habían estudiado lo que se había visto durante la clase anterior u alguna otra cosa. Acá, desde ese mismo error, yo partiría como dando… no sé si dando, pero… estructurando otra definición formal.

A pesar de que esta reflexión es muy interesante, por cuanto ofrece una evaluación sobre su práctica, es importante notar que su argumentación sobre sus alumnos está desvinculada del aula; aparentemente, la importancia de la dimensión didáctica de las actividades, más que el ofrecer un modelo a los futuros profesores, está en la construcción de los conceptos matemáticos formales. No obstante, el formador vislumbra en su futuro la posibilidad de abordar estas dimensiones de manera un poco más profunda y explícita:

La actividad es como… es como casi… como casi natural, pensando en los textos. Pero se abordaría el tema pedagógico, el tema didáctico. Porque hay que estar pensando en el contexto del estudiante, o en qué nivel, el tipo de pregunta, qué posibles respuestas me darían los estudiantes, qué posibles errores cometerían. […] Yo creo que [una clase así] andaría bien.

El formador considera esta opción como plausible. Pero más aún, identifica las condiciones bajo las cuales este nuevo enfoque de trabajo puede funcionar:

> Entrevistador: *En condiciones más bien normales, entonces, las actividades debieran andar bien. Pero, ¿requeriría que el formador tenga cierta capacidad para tomar las actividades y tomar ciertas decisiones?*
> Esteban: *Claro, sí. Y contextualizar. El profe debería ser… debería conocer a sus estudiantes, de tal manera que va a saber que esta actividad va a funcionar, que esta no… o esta va a funcionar de esta manera, o incluso, creo que debiera tener la capacidad de saber en qué se podrían equivocar.*

5. CONCLUSIONES

Se observó que cuando un formador modifica en forma indiscriminada las condiciones didácticas de una tarea dada, los alumnos manifestaron dificultades en emprender la actividad, ya que se pierde control sobre la complejidad de la tarea; por el contrario, al mantener las condiciones didácticas de la tarea permitió que esta revelara su potencial e intención, aun en contra de los propósitos del formador. De acuerdo a lo declarado por lo formadores, los criterios de selección de las actividades se focalizaban en la coincidencia del contenido matemático y no hacían referencia específica a intenciones (originales o potenciales) de las actividades, lo que habría condicionado fuertemente la gestión de las tareas matemáticas subyacentes, limitando los resultados de dichas actividades. Esta brecha observada entre la intención (original o potencial) de la actividad del texto y el uso efectivo de esta, sería una evidencia de que el conocimiento del formador incide en las prácticas de enseñanza, en particular en contextos en los que otros dominios (como el SCK, conocimiento especializado del contenido) no se manifiestan en sus decisiones, su práctica o su reflexión. Tal como ha señalado Zaslavsky (2007), estos elementos son manifestaciones del conocimiento puesto en acción del formador, mientras que Charalambous (2010) ha mostrado que el despliegue de una tarea matemática en clases se relaciona fuertemente con los conocimientos que regulan las prácticas de los profesores.

El estudio pudo observar una clase en el que un formador tuvo la oportunidad de desarrollar un conocimiento referido a sus estudiantes y a dificultades en la conceptualización de ciertos objetos geométricos; esta nueva idea fue profundizada posteriormente en las entrevistas, en donde se pudo identificar como la fuente de la reflexión, a las condiciones de realización de la actividad y a los resultados de estas. En este sentido, se observó que algunas actividades del texto ReFIP ofrecen las condiciones en sí mismas para que los futuros profesores potencialmente desarrollen MKT. Más aun, que estas condiciones permitieron a este formador adquirir un conocimiento propio del KCS: las inesperadas respuestas de sus alumnos le permitieron plantear reflexiones y cuestionamientos respecto de los orígenes de tales dificultades, el rol de la tarea matemática y sus condiciones, la secuencia de actividades para la formación docente sobre el contenido en estudio, y las dimensiones del proceso de formación a los que aporta la actividad; se espera que estas reflexiones eventualmente generen modificaciones a su práctica.

La observación de un formador en formación abre nuevas posibilidades de desarrollo o profundización de teoría. Esto, por cuanto la literatura actual se refiere ampliamente a la formación de profesores en lo que respecta a los programas, sus contenidos y actividades, pero hay pocas referencias respecto de la naturaleza y características de un formador, visto como un actor dinámico susceptible de formación. Zaslavsky (2007) ha divulgado evidencia de estudios que revelan aprendizaje en formadores a través de la práctica, con lo que este estudio aporta a la configuración de este fenómeno. Aparentemente, el tema central de la formación de profesores es que para los (futuros) profesores, aprendizaje y acción es una sola cosa: las elecciones profesionales de acciones son manifestaciones de lo que se ha aprendido o de lo que se está aprendiendo (Watson & Mason, 2007), lo que es también válido para los formadores de profesores.

Durante las entrevistas, se observó que la interpretación del rol de las actividades del texto ReFIP y la opinión sobre estas serían manifestaciones de las creencias de los formadores; esta noción se vería fortalecida por la presencia de distintos modelos didácticos subyacentes, los cuales articulan, explícita o implícitamente, tanto conocimiento como creencias. Es en esta articulación en donde se juega la identificación de las intenciones de una actividad, vista como tarea y sus condiciones, y opera como un factor relevante que determina el resultado de los procesos de selección, modificación y/o gestión de tales tareas matemáticas. Se observó que cuando el modelo didáctico subyacente de un formador, independiente de si es explícito o implícito, no manifiesta su conocimiento pedagógico del contenido, se afectan tales procesos. Aparentemente, el modelo instruccional subyacente de estos formadores es un factor determinante al seleccionar, modificar o gestionar la tarea didáctico-matemática. Este modelo no tiene que ser formal; tampoco tiene que ser un modelo único (como el MKT); lo relevante estaría en que tal modelo debe disponer de dimensiones específicas del conocimiento matemático que permitan reconocer en forma adecuada la intención y/o el potencial de una actividad. Esta condición es crucial para nuestro país, considerando que en Chile hay evidencias de que el sistema general de formación de profesores carece de instancias para desarrollar conocimiento pedagógico del contenido (Varas et al., 2008; Vergara & Cofré, 2014). Por tanto, cuando este modelo didáctico considera la existencia de algún tipo de conocimiento pedagógico del contenido, este modelo generaría prácticas de formación más efectivas; hay evidencia internacional y local que muestra que la presencia de un modelo didáctico robusto, acompañado de una metodología que sea no sólo adecuada, sino además acorde, genera condiciones de cambio sustantivo de la práctica (Solar et al., 2011). Cabe consignar que la sustentabilidad de tal cambio es aún una incógnita y que requerirá de nuevos estudios indagar al respecto.

Finalmente, es importante a la luz de los resultados formular algunas condiciones hipotéticas que promoverían el desarrollo de MKT en los futuros profesores. La enseñanza de un formador se verá potenciada en contexto de asignaturas cuyos objetivos y contenidos incluyan articuladamente distintos dominios del MKT, que aborden distintos tipos de análisis del contenido. Por otra parte, formadores con un modelo didáctico subyacente robusto, que soporte la reflexión sobre la práctica, optimizarán procesos adecuados de selección, modificación y gestión de tareas matemáticas de condiciones e intenciones específicas. Este modelo didáctico será robusto, en un sentido que posee articuladamente, entre otros, un componente de creencias y un componente de conocimiento matemático para la enseñanza.

Cabe destacar como uno de los aportes de la investigación, el hecho de que la traducción de los dominios del MKT en descriptores formulados como prácticas observables resultó de gran utilidad para poder describir los focos y predominios presentes tanto en las actividades, como en el discurso del formador. Esta metodología ofrece grandes posibilidades de complementar los resultados de las mediciones a través de los instrumentos que varias investigaciones han estado desarrollando, por cuanto estos descriptores ofrecerían un soporte para las interpretaciones de las puntuaciones.

Así, este estudio ayuda a sentar un precedente en Chile: la posibilidad de ingresar a las aulas de formación docente para la investigación es un paso importante, por cuanto permitirá quitar el velo que limitaba las interpretaciones de estudios previos basados en mediciones, encuestas y entrevistas que no tenían acceso directo al proceso ni a las prácticas de formación.

AGRADECIMIENTOS

El estudio se realizó en el contexto del proceso de pilotaje de los textos elaborados; los autores agradecen muy especialmente el patrocinio a esta investigación a Salomé Martínez y María Leonor Varas, del Centro de Modelamiento Matemático de la Universidad de Chile. Se agradece además a María José Perdomo, María Victoria Martínez, Cristian Reyes y Eugenio Chandía sus importantes comentarios y sugerencias durante la realización de la investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Ávalos, B., & Matus, C. (2010). *La Formación Inicial Docente en Chile desde una Perspectiva Internacional. Informe Nacional del Estudio Internacional IEA TEDS M.* Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

Ball, D.L., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows math well enough to teach third grade and how we can decide? *American Educator, 29*(1), 14-46.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Baumert, J., Kunter, M., Blum, W., Brunner, M., Voss, T., Jordan, A., . . . Tsai, Y. (2010). Teachers' Mathematical Knowledge, Cognitive Activation in the Classroom, and Student Progress. *American Educational Research Journal, 47*(1), 133-180.

Bosch, M., & Gascón, J., (2004). La praxeología local como unidad de análisis de los procesos didácticos. *Boletín XVII ISSM*. Universidad de Granada.

Brandt, N. (2010). Chile: Climbing on giants' shoulders: better schools for all chilean children. *OECD Economics Department Working Papers N0 784*. Recuperado desde http://www.oecd-ilibrary.org/economics/chile-climbing-on-giants-shoulders_5kmd41g7x9g0-en

Chapman, O. (2013). Mathematics-task knowledge for teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*, 1-6.

Charalambous, C. (2010). Mathematical Knowledge for Teaching and Task Unfolding: An Exploratory Study. *The Elementary School Journal, 110*(3), 247-278.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des practiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(2), 221-265.

Contreras, C. (2014). El desarrollo docente del formador de profesores: una propuesta orientada hacia el análisis de incidentes críticos auténticos. *Estudios Pedagógicos, 40*(Número Especial), 49-69.

CPEIP. (2012). *Evaluación INICIA: Presentación de resultados 2011*. Ministerio de Educación de

Chile. Recuperado de http://www.evaluacioninicia.cl/docs/INICIA06-05-12rva-VFi-GW.pdf.

D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M. I. (2002). Un acercamiento analítico al "triángulo de la didáctica". *Educación Matemática, 14*(1), 48-61.

Da Ponte, J. P. (2012). Mathematics teacher education programs: practice and research. *Journal of Mathematics Teacher Education, 15*(1), 343-346.

Delaney, S., Ball, D.L., Hill, H., Schilling, S., & Zopf, D. (2008). "Mathematical knowledge for teaching": Adapting U.S. measures for use in Ireland. *Journal of Mathematics Teacher Education, 11*(3), 171-197.

Depaepe, F., Verschaffel, L., & Kelchtermans, G. (2013). Pedagogical content knowledge: A systematic review of the way in which the concept has pervaded mathematics educational research. *Teaching and Teacher Education, 34*, 12-25.

Escudero, I., & Sánchez, V. (2007). How do domains of knowledge integrate into mathematics teachers' practice? *Journal of Mathematical Behavior, 26*(4), 312-327.

Espinoza, L., Barbé, J., Mitrovich, D., Solar, H., Rojas, D., & Matus, C. (2008). *Análisis de las competencias matemáticas en primer ciclo. Caracterización de los niveles de complejidad de las tareas matemáticas*. Informe Final Proyecto FONIDE DED0760. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Madrid: Morata.

Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *RELIME, 4*(2), 129-159.

Hill, H., Ball, D.L., & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. *Journal for Research in Mathematics Education, 39*(4), 372-400.

Hill, H., Rowan, B., & Ball, D.L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal. 42*(2), 371-406.

Krauss, S., Baumert, J., & Blum, W. (2008). Secondary mathematics teachers' pedagogical content knowledge and content knowledge: validation of the COACTIV constructs. *ZDM, 40*(5), 873-892.

Manzi, J., Lacerna, P., Meckes, L., Ramos, I., García, M., Pavez, P., . . . Ortega, L. (2012). ¿Qué características de la formación inicial de los docentes se asocian a mayores avances en su aprendizaje de conocimientos disciplinarios? Informe final Proyecto FONIDE F511015. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

MINEDUC. (2005). *Informe Comisión sobre Formación Inicial Docente. Serie Bicentenario*. Santiago: Autor.

Rodríguez, G., Gil, J., & García., E. (1999). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. Madrid: Aljibe.

Rodríguez, M. B., Carreño, X., Muñoz, V., Ochsenius, H., Mahías, P., & Bosch, A. (2013). ¿Cuánto saben de matemática los docentes que la enseñan y cómo se relaciona ese saber con sus prácticas de enseñanza? Informe final FONIDE F611150. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

Rojas, N., Flores, P., & Carrillo, J. (2015). Conocimiento especializado de un profesor de matemáticas de educación primaria al enseñar los números racionales. *Bolema, 29*(51), 143-167.

Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review, 57*(1), 1-22.

Solar, H., Espinoza, L., Rojas, F., Ortiz, A., González, E., & Ulloa, R. (2011). *Propuesta metodológica de trabajo docente para promover competencias matemáticas en el aula, basadas en un Modelo de Competencia Matemática (MCM)*. Informe final Proyecto FONIDE 511091. Santiago: Ministerio de Educación de Chile.

Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.

Stylianides, A., & Ball, D. L. (2008). Understanding and describing mathematical knowledge for teaching: knowledge about proof for engaging students in the activity of proving. *Journal of*

Mathematics Teacher Education, 11(4), 307-332.

Turner, J., Bogner Warzon, K., & Christensen, A. (2011). Motivating Mathematics Learning: Changes in Teachers' Practices and Beliefs During a Nine-Month Collaboration. *American Educational Research Journal, 48*, 718-762.

Varas, L., Felmer, P., Gálvez, G., Lewin, R., Martínez, C., Navarro, S., . . . Schwarze, G. (2008). Oportunidades de preparación para enseñar matemática en las carreras de educación general básica. *Calidad de la Educación, 29*, 64-88.

Varas, M.L., Lacourly, N., López, A., & Giaconi, V. (2013). Evaluación del conocimiento pedagógico del contenido para enseñar matemáticas. *Enseñanza de las Ciencias, 31*(1), 171-187.

Vergara, C., & Cofré, H. (2014). Conocimiento Pedagógico del Contenido: ¿el paradigma perdido en la formación inicial y continua de profesores en Chile? *Estudios Pedagógicos, 40*(Número Especial), 323-338.

Watson, A., & Mason, J. (2007). Taken-as-shared: a review of common assumptions about mathematical tasks in teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*, 205-215.

Zaslavsky, O. (2007). Mathematics-related tasks, teacher education, and teacher educators. The dynamics associated with tasks in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education, 10*, 433-440.