

## **Análisis aproximado para edificios regulares sujetos a cargas horizontales**

### **Approximate analysis for regular buildings subject to horizontal loads**

Jorge Miranda Vera<sup>1</sup>, Adolfo Castro Bustamante<sup>2</sup>

- <sup>1</sup> Ingeniero Civil en Obras Civiles, Universidad Austral de Chile, Joaquín Prieto #126, Valdivia, Chile. E-mail: jmirandav@yahoo.es
- <sup>2</sup> Instituto de Obras Civiles, Universidad Austral de Chile. E-mail: acastro@uach.cl

#### RESUMEN

Este trabajo muestra la aplicación de un método aproximado (método de Zalka) mediante ejemplos numéricos, con el fin de obtener ciertos parámetros que definen el desempeño global de la estructura bajo solicitaciones de cargas externas. Este método está basado en la aplicación del concepto de columna equivalente y demuestra que el análisis de estabilidad, tensiones y frecuencias pueden ser relacionados mediante la razón de carga crítica.

*Palabras clave:* columna equivalente, desempeño global, razón de carga crítica.

#### ABSTRACT

This work shows the application of an approximate method (Zalka's method) by means of numeric examples, in order to obtain certain parameters that define the global performances of the structure under requests of external loads. This method is based on the application of the concept of equivalent column and demonstrates that the stability, stress and frequency analysis can be related by means of the critical load ratio.

*Key Words:* the equivalent column, global performances, critical load ratio.

## 1. INTRODUCCIÓN

El proceso de diseño convencional es normalmente basado en el análisis estructural local de elementos individuales (columnas, vigas, losas de piso, muros de corte, etc.). Esto es lógico, ya que el sistema estructural está conformado por estos. Sin embargo, investigación teórica, pruebas a pequeña y gran escala, fallas (y en algunos casos la falta de fallas) en sistemas estructurales han indicado que estructuras complejas no pueden ser consideradas simplemente como una colección de elementos individuales. La respuesta de la estructura en términos globales es a menudo más que la suma de las respuestas de los elementos individuales, ya que la integridad estructural asegura que los elementos trabajan en conjunto en un sistema correctamente diseñado y la estructura desarrolla cierta respuesta global a través de la interacción compleja de sus elementos [1]. El método de análisis estructural local se basa principalmente en elementos finitos, que pese a ser un método más exacto, muchas veces puede resultar un problema, debido a la gran cantidad de datos a manejar, a la complejidad de los resultados que pueden ser difíciles de interpretar, y esto puede conducir a una fuente de errores. Otra desventaja de este método puede ser que la importancia de los elementos estructurales claves queda oculta algunas veces detrás del gran número de datos de entrada y de salida [1]. Es por esto que en el presente trabajo, se quiere dar a conocer un método aproximado que aborda el análisis estructural de un edificio de forma global, y que se basa en procedimientos analíticos. Un buen método aproximado depende de las características estructurales más importantes e ignora aquellos que no tienen ninguna influencia real en la respuesta de la estructura. Esto es por lo tanto simple, rápido y ofrece una visión clara del comportamiento estructural [1].

Ambas aproximaciones local y global son importantes, ya que estos métodos se complementan mutuamente, ambos procedimientos tienen su propia significación. En el proceso de diseño, las características estructurales principales son a menudo establecidas usando un método aproximado. Dependiendo de los resultados del método aproximado, un procedimiento exacto puede llevar a la solución estructural final. [1]

Como las teorías detrás los métodos exactos y aproximados son a menudo diferentes, los resultados del análisis aproximado pueden ser usados como chequeo independiente de los resultados del método exacto. Cuando los dos conjuntos del resultado muestran el mismo comportamiento estructural, es una indicación fuerte que los resultados son correctos. Este respaldo es importante para el diseñador estructural, ya que a veces no es fácil de detectar un error con el análisis exacto donde miles de datos están involucrados. [2]

## 2. METODOLOGÍA

Se elaboró una planilla en Excel, ingresando las fórmulas y procedimientos basados en el concepto de columna equivalente (método aproximado de Zalka). Luego, el estudio se dividió en

dos fases.

En primer lugar, se aplicó el método aproximado a cuatro edificios (tres de los cuales fueron sometidos a cargas de viento, y el cuarto a cargas sísmicas) de similares características geométricas y de material, pero que se diferencian tanto por la distribución, como por el tipo de elementos resistentes (muros de corte, marcos empotrados, núcleos), estos elementos proporcionan rigidez lateral y torsional a la estructura frente a las solicitaciones de viento y sísmicas. Cabe señalar que el primer caso es el más sencillo en cuanto a su estructuración. En las estructuras siguientes, la incorporación o reubicación de elementos resistentes permiten mejorar el comportamiento global de la estructura, hecho que se reflejó en la razón de carga crítica. En una segunda fase, se consideró la estructura más estable de las tres anteriores (sometidas a cargas de viento) y junto a la cuarta estructura se modeló en el programa SAP2000, a fin de comparar parámetros globales como: desplazamientos máximos, ángulo de rotación, fuerzas de corte y momentos globales del sistema. En la figura 1 se puede observar la tipología y distribución en planta de cada uno de los elementos resistentes que conforman las estructuras estudiadas.

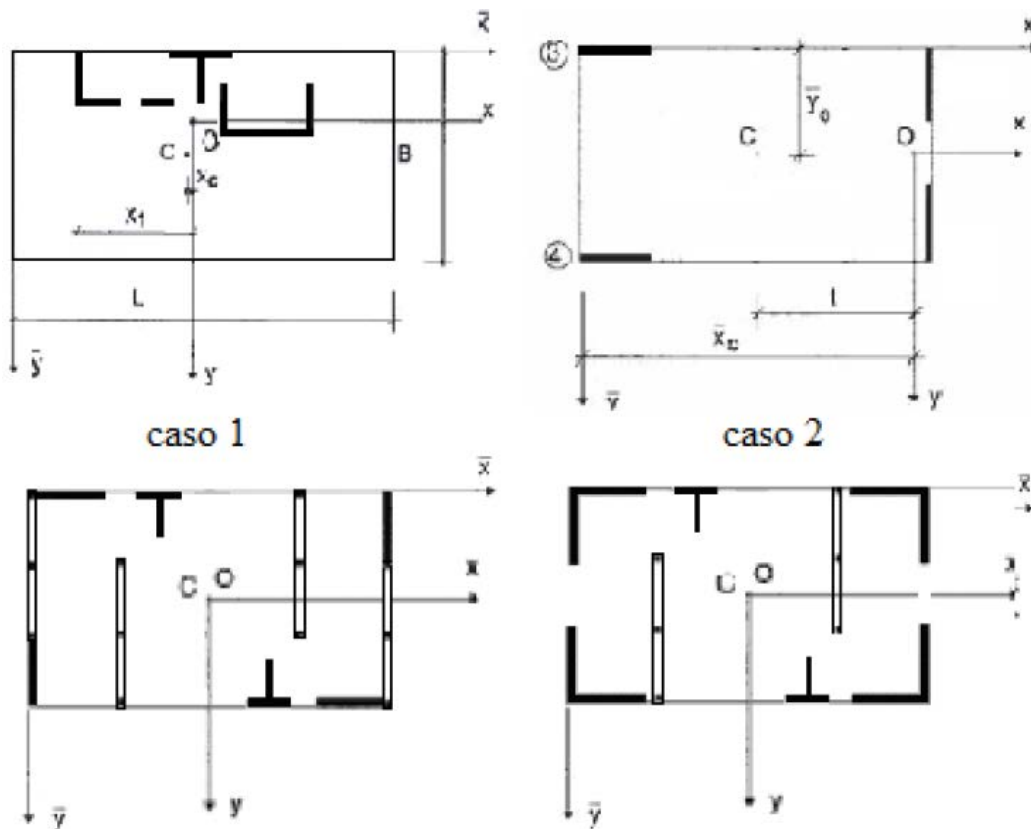


Figura 1: Plantas de casos estudiados.

### 3. MÉTODO DE ZALKA

#### 3.1. EL CONCEPTO DE COLUMNA EQUIVALENTE

Básicamente es la simplificación de un modelo tridimensional (el edificio) a un cantilever simple. La columna equivalente es obtenida por la combinación de los elementos resistentes del edificio, y su rigidez de torsión y de flexión representa al edificio entero. Una de las características de la columna equivalente es que coincide con el centro de corte (centro de rigidez) de la planta del edificio. Cabe señalar que el centro de rigidez es constante en cada planta del edificio, puesto que el tipo y distribución de los elementos resistentes es el mismo en cada una de ellas.

Es uno de los aspectos importantes dentro del método y está directamente relacionado con el concepto de carga crítica, que según [3], es el valor crítico que indica la carga límite que puede aplicarse a una columna sin producir deformaciones acentuadas que sobrepasen el límite elástico del material. En la figura 2 se puede observar un diagrama de cargas que muestra la situación real de la columna con cargas concentradas a nivel de piso, que es la masa del edificio (Fig. 2 a). Lo anterior es equivalente a tener la columna equivalente sometida a una carga axial uniformemente distribuida (Fig. 2 b), más una carga puntual en la parte superior de esta. (Fig. 2 c).

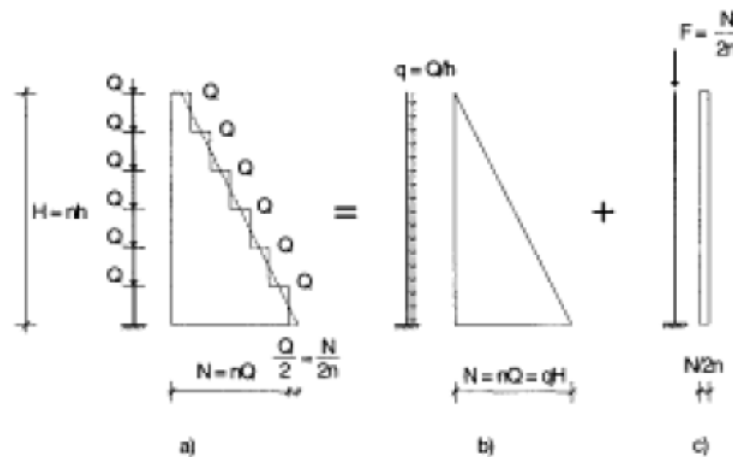


Figura 2: Diagramas de carga, a) Carga en edificio de varios pisos, b) Primera parte de la carga equivalente: carga uniformemente distribuida, c) Segunda parte: fuerza concentrada en la parte superior.

Las dos cargas críticas en las direcciones principales y por pandeo torsional puro son:

$$N_{cr,X} = \frac{7,84r_sEI_Y}{H^2}, \quad N_{cr,Y} = \frac{7,84r_sEI_X}{H^2}, \quad N_{cr,\varphi} = \frac{\alpha r_s EI_\omega}{i_p^2 H^2}, \quad (1)$$

donde el parámetro  $r_s$  es un factor de reducción,  $E$  es el módulo de elasticidad del material,  $I_X$ ,  $I_Y$  es el momento de inercia con respecto al eje  $x$  e  $y$ ,  $H$  es la altura total del edificio,  $\alpha$  es un

parámetro de carga crítica,  $EI_\omega$  es la rigidez torsional de alabeo,  $i_p$  es el radio de giro para una planta rectangular.

### 3.2. ANÁLISIS DE FRECUENCIA

La primera frecuencia natural de la columna equivalente en los planos principales son:

$$f_x = \frac{0,56r_f}{H^2} \sqrt{\frac{EI_Y}{\rho A}}, \quad f_y = \frac{0,56r_f}{H^2} \sqrt{\frac{EI_X}{\rho A}}, \quad f_\varphi = \frac{\eta r_f}{i_p H^2} \sqrt{\frac{EI_\omega}{\rho A}}, \quad (2)$$

donde el parámetro  $r_f$  es un factor de reducción,  $\rho$  es la densidad de la masa por unidad de volumen del material del edificio,  $A$  es el área de la sección del edificio,  $\eta$  es un parámetro de frecuencia.

### 3.3. MUROS EQUIVALENTES

Cuando los marcos y/o muros de corte acoplados son incluidos entre los elementos que conforman una estructura, la determinación de la rigidez de estos es necesaria para la definición de la columna equivalente. Una vez determinada la rigidez lateral de marcos y muros de corte acoplados, estos pueden ser reemplazados por muros sólidos ficticios, lo que permitirá simplificar considerablemente tanto el análisis de estabilidad, frecuencia y el de tensiones globales de los elementos resistentes. El reemplazo de estos elementos resistentes puede efectuarse haciendo que la carga crítica de ellos sea igual al del muro equivalente. Haciendo uso de la carga crítica de estos elementos resistentes  $N_{cr}$  y asumiendo una carga uniformemente distribuida sobre los niveles de piso, el espesor del muro equivalente ( $t^*$ ) puede ser derivado de [1]:

$$N_{cr} = N_{cr,wall} = \frac{7,837r_s E t^* L^3}{12H^2}, \quad \text{tal que } t^* = \frac{1,53N_{cr}H^2}{r_s E L^3} \quad (3)$$

donde  $N_{cr}$  es la carga crítica de los elementos resistentes,  $H$ ,  $L$ ,  $E$  es la altura, ancho y módulo de elasticidad respectivamente del muro equivalente.

### 3.4. CARGA DISTRIBUIDA EXTERNA

El Método de Zalka nos propone un modelo de carga externa de la forma:

$$q(z) = q_0 + q_1 \frac{z}{H} = q_0 \left( 1 + \mu \frac{z}{H} \right), \quad \text{con } \mu = \frac{q_1}{q_0} \quad (4)$$

donde  $q_0$  es la intensidad de la parte uniforme de la carga,  $(q_0 + q_1)$  es la intensidad de la carga en la parte superior de la estructura (Fig. 3),  $\mu$  es la razón de la función de carga.

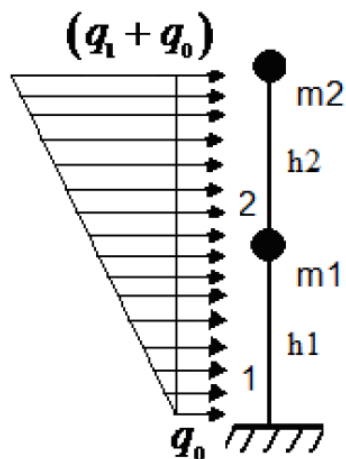


Figura 3: Carga de distribución trapezoidal.

### 3.5. REQUISITOS DE LA NORMATIVA CHILENA PARA LA CARGA DISTRIBUIDA HORIZONTAL

#### Carga de Viento

La presión básica ( $2 \text{ Kgf/m}^2$ ) del viento varía dependiendo de la altura del edificio, es por eso que la NCh432.Of71 [4], entrega una tabla (Tabla 1), donde se muestran dichas presiones básicas. Una vez obtenida la presión básica correspondiente se debe aplicar un factor de forma que dependerá de la inclinación o de la forma de la superficie solicitada. Es importante destacar que la carga distribuida de intensidad  $q$  (Fig. 4), será uniforme y se puede calcular tanto en la dirección X como en Y. ( $q_x, q_y$ )

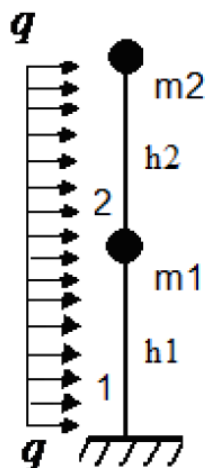


Figura 4: Carga de viento uniformemente distribuida en edificio de dos pisos.

## Carga Sísmica

El método de análisis utilizado para las solicitaciones sísmicas será el estático, método que es señalado en la NCh433.Of96 [5]. Si nos detenemos en el punto 6.2.2 de esta norma, podemos ver que el método se asimila a un sistema de fuerzas horizontales aplicadas en el centro de masa de cada uno de los pisos del edificio. Como vemos en la figura 5 a modo de ejemplo, tenemos un edificio de dos pisos de igual altura, cuyas masas  $m1$  y  $m2$  están sometidas a cargas horizontales  $F1$  y  $F2$  de diferente magnitud, ya que estas dependen del peso del piso, y de la altura.

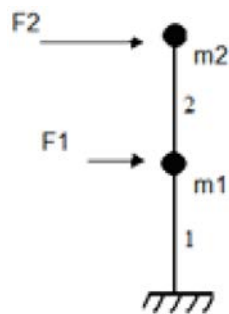


Figura 5: Distribución de cargas horizontales en edificio de dos pisos

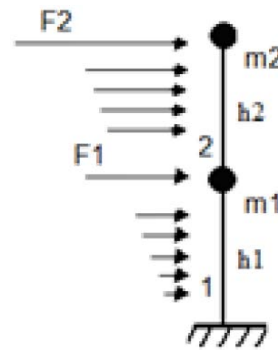


Figura 6: Distribución de cargas horizontales sobre pilares y centro de masa en edificio de dos pisos.

En el punto 6.2.3 de la NCh433.Of96 [5] se indica como obtener el esfuerzo de corte basal:

$$Q_0 = CIP \quad (5)$$

donde  $C$  es el coeficiente sísmico,  $I$  es el coeficiente de importancia del edificio y  $P$  es el peso sísmico del edificio.

La sección 6.2.5 de la NCh433.Of96 [5], señala el cálculo de las fuerzas horizontales  $F_k$ . Debe tenerse en cuenta que la sumatoria de las fuerzas horizontales  $F_k$  es igual al esfuerzo de corte basal  $Q_0$ . Lo anterior es una aproximación para efectos de modelación, ya que en la realidad existen cargas horizontales de menor magnitud que actúan sobre los pilares 1 y 2, además de las cargas horizontales  $F_k$ , que actúan en los centros de masa de cada piso (Fig. 6), por lo tanto una buena aproximación de esta distribución de cargas horizontales sería una carga distribuida trapezoidal, (Fig. 3) donde la resultante  $R^*$  de la carga distribuida debe ser igual a  $Q_0$ .

Como el valor de la fuerza resultante  $R^*$  es el área del trapecio, y basándose en la configuración mostrada en la sección 3.5 de dicha distribución de carga, entonces:

$$R^* = \left( \frac{2q_0 + a_1}{2} \right) H \quad (6)$$

Para obtener el valor de  $R^*$ , será fundamental conocer las intensidades de carga  $q_0$  y  $q_1$ , para esto, lo primero será determinar  $q_0$ . Si observamos la figura 5, podemos notar que  $F_1$  es la fuerza resultante de la carga uniformemente distribuida desde la mitad de  $h_1$  hasta la mitad de  $h_2$ , para ajustarse al modelo del método de Zalka, esta distribución de carga se supone desde la base del edificio ( $H = 0$ ). Como sabemos que la altura de todos los pisos del edificio es la misma, entonces:

$$q_0 = \frac{F_1}{h_1} \quad (7)$$

donde  $F_1$  es la carga horizontal del primer piso del edificio,  $h_1$  es la altura del primer piso del edificio.

Luego se debe cumplir que  $R^* = Q_0$ , entonces:

$$q_1 = 2 \left( \frac{Q_0}{H} - q_0 \right) \quad (8)$$

De esta forma obtenemos las intensidades de la carga sísmica que solicita al edificio.

### 3.6. RAZÓN DE CARGA CRÍTICA

Cuando la estructura esta sometida a dos sistemas de carga, como por ejemplo a una carga concentrada en la parte superior y una carga uniformemente distribuida sobre los pisos, entonces la razón de carga crítica global asume la forma:

$$v = \frac{F}{F_{cr}} + \frac{N}{N_{cr}} \quad (9)$$

donde  $F$  es la carga concentrada total en la parte superior del edificio,  $F_{cr}$  es la carga crítica concentrada correspondiente,  $N_{cr}$  es la carga crítica para edificios bajo una carga uniformemente distribuida y  $N$  es la carga vertical uniformemente distribuida total. Se establece que el recíproco de la razón de carga crítica puede ser considerado un coeficiente de seguridad global. [6]

$$F.S. = \frac{1}{v} \quad (10)$$

Basándose en la definición de carga global crítica cualquier valor menor a uno indicaría estabilidad en el edificio, sin embargo es aconsejable limitar dicho valor. Códigos como el BS5950, 1990; DIN 18800, 1990; Eurocode 3, 1992 recomiendan como valor límite [1]:

$$v \leq 0,1 \quad (11)$$



#### 4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En primer lugar, se aplicó el método aproximado a cuatro casos (tres de los cuales fueron sometidos a cargas de viento y el cuarto a cargas sísmicas), con el fin de evaluar el comportamiento global de estos, a medida que se incorporaron o reubicaron algunos elementos resistentes. En la tabla 1 se pueden observar los parámetros globales obtenidos con el método de Zalka para cada caso. En la cuarta columna vemos el desplazamiento máximo para cada caso. Podemos ver que existen desplazamientos máximos (en la parte superior de la estructura) en ambas direcciones, producto de la acción de las cargas de viento tanto en  $X$  como en  $Y$ . Puesto que también existe rotación, esto contribuye a desplazamientos adicionales que se suman a los anteriores y son mostrados en la tabla 1. La segunda estructura manifiesta un desplazamiento en la dirección  $Y$  mucho mayor que en el caso uno, esto se debe a una mayor excentricidad y también a la disminución de la inercia en la dirección  $Y$ . El caso tres y cuatro no manifiesta desplazamientos máximos debido a que ambos son sistemas doblemente simétricos, es decir, el centro de rigidez coincide con el centro geométrico de la planta del edificio, no existiendo excentricidad y los modos básicos son independientes entre sí.

En la última columna se muestra el parámetro más importante y representativo, la razón de carga crítica ( $v$ ) definido por la fórmula (9), éste parámetro tiene ventaja [1] sobre todos los demás, ya que permite evaluar la seguridad y el desempeño del sistema resistente.

Casos	Solicitación	Rotación máx. (°)	Desplaz. máx. (mm)	Razón de desplaz. máx.	Frecuencia natural (Hz)	Mt, máx. (Tonf m)	M $\omega$ máx. (Tonf m)	Carga crítica Ncr (Tonf)	Razón de carga $v = N/Ncr$
1	Viento en X	0,0123	2,3075	0,0769	0,3388	1,736	73, 339	5,40E+07	0,0143
	Viento en Y	0,0014	1,5377	0,0513		-0,193	-8,136		
2	Viento en X	0,0000	0,6284	0,0209	0,4329	0,000	0,000	8,66E+07	0,0082
	Viento en Y	0,0085	3,7905	0,1264		-0,795	-219,281		
3	Viento en X	0,0000	0,5165	0,0172	0,8836	0,000	0,000	3,60E+08	0,0028
	Viento en Y	0,0000	0,5269	0,0176		0,000	0,000		
4	Viento en X	0,0000	1,8205	0,0607	1,1927	0,000	0,000	6,56E+08	0,0016
	Viento en Y	0,0000	1,5596	0,0520		0,000	0,000		

Tabla 1: Cuadro comparativo de parámetros globales entregados por el método aproximado para cada caso. Fuente [7].

Podemos ver que el valor de  $v$  disminuye sucesivamente para cada caso y cumple lo establecido en la sección 3.7. Una de sus ventajas frente a los demás parámetros es que es adimensional y no depende de la dirección de la carga horizontal, considera automáticamente la situación más desfavorable puesto que toma en cuenta si el sistema desarrolla deformaciones laterales, torsiona-

les o la combinación de estas. También la razón de carga crítica es muy sensible a los cambios de dimensión, reubicación e incorporación de los elementos resistentes del sistema. Su importancia se subraya también por el hecho de tener un enlace directo con el factor de seguridad global del edificio (sección 3.7).

En segundo lugar, se estudiaron el caso tres y cuatro, sometidas a solicitaciones de viento y sísmicas respectivamente y que fueron analizadas por ambos métodos (aproximado y exacto).

Caso 3		Rotación máx. (°)	Desplaz. máx (mm)	Razón de desplaz. máx.	Frecuencia natural (Hz)	$\Sigma$ Fuerzas de corte (Tonf)	$\Sigma$ Momento (Tonf m)
Método	Solicitud						
Aprox.	Viento en X	0,000	0,5165	0,0172	0,8836	16,659	-124,943
	Viento en Y	0,000	0,5269	0,0176		22,212	-166,590
SAP2000	Viento en X	0,000	0,5240	0,0175	2,8413	14,998	-125,010
	Viento en Y	0,000	0,4660	0,0155		20,005	-166,725

Tabla 2: Cuadro comparativo de indicadores de desempeño entregados por ambos métodos (aproximado y exacto). Fuente: [7]

Caso 4		Rotación máx. (°)	Desplaz. máx (mm)	Razón de desplaz. máx.	Frecuencia natural (Hz)	$\Sigma$ Fuerzas de corte (Tonf)	$\Sigma$ Momento (Tonf m)
Método	Solicitud						
Aprox.	Viento en X	0,000	1,8205	0,0607	1,1927	87,662	-760,972
	Viento en Y	0,000	1,5596	0,0520		87,662	-760,972
SAP2000	Viento en X	0,000	1,6540	0,0551	4,2737	87,635	-985,556
	Viento en Y	0,000	1,7790	0,0593		87,635	-985,556

Tabla 3: Cuadro comparativo de indicadores de desempeño entregados por ambos métodos (aproximado y exacto). Fuente: [7]

La tabla 2 y 3 nos muestra la confrontación de ambos métodos respecto a los dos casos mencionados con anterioridad. En la tercera columna para ambos casos, vemos que la rotación en ambos métodos es nula, ya que la estructura es doblemente simétrica y por lo tanto, no existe excentricidad. En la sexta columna de ambas tablas podemos apreciar una diferencia notable entre ambos resultados para la frecuencia natural del edificio, sin embargo, según [1] frente a los demás parámetros este juega un rol relativamente menor en el diseño estructural: el proyectista de un edificio ordinario raramente lo lleva a un análisis dinámico. Lo citado anteriormente es válido para estructuras menores como es el caso de estos ejemplos, donde la está basada en métodos estáticos para el ingreso de solicitaciones de viento o sísmicas. Cabe señalar también que el cálculo de la frecuencia natural es independiente de los demás parámetros globales, por lo que no afecta a estos. En las demás columnas podemos apreciar a simple vista que los valores arrojados por ambos

métodos son similares, teniendo un porcentaje de error mínimo de 0,05 % y un máximo de 13 % para el caso tres. En lo concerniente al caso cuatro, se tiene un porcentaje de error mínimo de 0,03 % y un máximo de 22,8 %.

## 5. CONCLUSIONES

Se logró una buena aproximación de los resultados obtenidos por el método de Zalka en los casos tres y cuatro, frente a los obtenidos por el método exacto (SAP2000).

Lo dicho en el párrafo anterior, avala el hecho de que los resultados obtenidos por el método de Zalka permiten emplearlos para chequear los resultados arrojados por un método exacto.

Se observó que la razón de carga crítica toma en cuenta la situación más desfavorable de la estructura y que es el recíproco del factor de seguridad global del edificio. De lo anterior, radica la importancia de este parámetro global.

De lo anterior, se concluye que es importante tener un método alternativo, no para reemplazar al método exacto, sino para poder chequear los resultados arrojados por este último, todo esto con el fin de llevar a cabo soluciones estructurales óptimas.

## 6. REFERENCIAS

- [1] ZALKA, K. A. 2000. Global Structural Analysis of Buildings. 2 ed. Taylor & Francis e- Library. 360 p.
- [2] MAC LEOD, I.A. 1995. A Strategy for the Use of Computers in Structural Engineering. The Structural Engineer, 73, (21), 366-370.
- [3] TIMOSHENKO, S. 1970. Resistencia de Materiales Primera Parte Teoría elemental y problemas. 2 ed. Madrid, España. 350 p.
- [4] INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACION (Chile). 1994. Cálculo de la acción del viento sobre las construcciones. (NCh432.Of71). 2 ed. Santiago, Chile. 37p.
- [5] INSTITUTO NACIONAL DE NORMALIZACION (Chile). 1996. Diseño sísmico de edificios. (NCh433.Of96). Santiago, Chile. 42p.
- [6] ZALKA, K.A.; G.S.T. ARMER, 1992. Stability of Large Structures. Butterworth-Heinemann, Oxford.
- [7] MIRANDA, J. 2010. Análisis Estructural Global de Edificios. Tesis Ingeniero Civil en Obras Civiles, Valdivia, Univ. Austral de Chile, Fac. Cien. Ing. 249 p.